

ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ РЕКУРСИЯ: ГЕОМЕТРИЯ И ИНТЕГРИРУЕМЫЕ СИСТЕМЫ

Л.О. Чехов

Курс начнется с изучения матричных моделей, которые, с одной стороны, достаточно доступны исследованию, представляя собой конечномерные интегралы по (обычно эрмитовым) матрицам, а с другой стороны, имеют исключительно богатую структуру, подчиняясь одновременно нелинейным уравнениям интегрируемых систем и линейным дифференциальным уравнениям, происходящим из конформных симметрий. За последние 30 лет развития теории матричных моделей они нашли самые разнообразные применения — от геометрических структур на пространствах модулей римановых поверхностей до недавних работ (гипотеза Алдая–Гайотто–Тачикавы), связывающих обобщения матричных моделей с конформными блоками квантовой теории Лиувилля. Метод топологической рекурсии, исходно разработанный в применении к матричным моделям, изложение которого будет основным содержанием курса, нашел широкие применения в современной математике и математической физике, выходящие за рамки его первоначального применения в матричных моделях.

Предполагаемый курс лекций, таким образом, послужит хорошим введением в современное состояние дел в этой бурно развивающейся области знания.

Примерная программа:

1. Интегралы по $N \times N$ -матрицам и $1/N$ -разложение (разложение по родам).
2. Метод ортогональных многочленов и цепочка Тоды.
3. Конформные симметрии: условия Вирасоро и петлевые уравнения.
4. Геометрия: интегралы по пространствам модулей; матричная модель Концевича как тау-функция иерархии Кортевега–де Вриза.
5. Обобщенная модель Концевича, тау-функции иерархии Кадомцева–Петвиашвили и скэйлинговые пределы.
6. Матричные интегралы в пределе бесконечного N : свободная энергия как тау-функция Уизема–Кричевера. Уравнения Зайберга–Виттена и уравнения ассоциативности.

7. Асимптотическое разложение по $1/N$ и топологическая рекурсия.
8. Применение топологической рекурсии в математике и математической физике.
9. Конформные теории поля, гивенталевские разложения и когомологические теории поля с точки зрения топологической рекурсии.

Литература:

К сожалению учебника (пока) не существует, есть классическая книга Мехты (Mehta), переведенная на русский язык, и несколько обзоров — старых и новых. В качестве первого чтения можно порекомендовать (достаточно старые) обзоры Ginsparg and Moore, *Lectures on 2D gravity and 2D string theory*, Cambridge Univ. Press (1993) и А.Ю. Морозов, УФН, т. 37 (1994), 1–55. Есть также совсем новая книга Bertrand Eynard, вышедшая в издательстве Birkhäuser, — она подходит для первого ознакомления.

Курс будет доступен студентам 3-5 курсов и аспирантам. Все необходимые понятия будут введены. Необходимо знание анализа многих переменных, линейной алгебры и ТФКП.