

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Григорий Колоцкий

Задачи к лекции 2

- (1) Запишите отображение подковы на множестве D_1 .
- (2) (а) Докажите, что функции $\rho(x, y) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} 2^{-|n|} |x_n - y_n|$ и $\rho'(x, y) = 2^{-\min\{|n|, x_n \neq y_n\}}$ являются метриками на пространстве $\Sigma_2 = \{0, 1\}^{\mathbb{Z}}$.
- (б) Покажите, что метрики ρ и ρ' эквивалентны¹, т.е. существуют такие константы C_1 и C_2 , что для произвольных x и y , принадлежащих Σ_2 , выполнено:
- $$\rho'(x, y) \leq C_1 \rho(x, y), \quad \rho(x, y) \leq C_2 \rho'(x, y).$$
- (3) Для отображения подковы:
- (а) Вычислите координаты точки по её судьбе.
- (б) Докажите, что судьба — это гомеоморфизм.

¹Из эквивалентности метрик немедленно вытекает, что они индуцируют одинаковую топологию.