

Введение в теорию дзета-функций

Лектор: Георгий Борисович Шабат

Курс будет посвящен одной из загадочных связей, существующих между комплексным анализом и алгебраической геометрией над конечными полями. Будет введено единое определение дзета-функции произвольного коммутативного кольца, частными случаями которого окажутся классическая дзета-функция Римана и дзета-функции Хассе–Вейля аффинных многообразий над конечными полями.

Обе упомянутые дзета-функции будут рассматриваться по возможности параллельно, хотя случай дзета-функции Римана значительно труднее. Будут рассмотрены эйлеровы произведения, функциональные уравнения, распределения нулей.

Будет дан обзор доказательств *рациональности* дзета-функций Хассе–Вейля и прояснен гомологический смысл степеней их неприводимых множителей. Удивительный способ вычислений чисел Бетти комплексных проективных многообразий с помощью подсчета их точек над конечными полями будет проиллюстрирован на грассманианах.

Если останется время, будет дан обзор многочисленных аналогов и обобщений дзета-функций, возникающих в различных разделах математики.

Предполагается, что слушатели владеют основными (в рамках стандартных университетских курсов) понятиями алгебры и комплексного анализа. Желательно владение основными понятиями алгебраической геометрии и некоторое знакомство с какой-либо теорией (ко)гомологий. Остальные используемые средства по мере необходимости будут вводиться в курсе.

Курс будет сопровождаться *упражнениями*, состоящими в основном из применений лекционного материала к частным случаям.