

Геометрические методы в математической физике

Лектор: Михаил Орионович Катанаев

В лекциях излагаются основы дифференциальной геометрии, необходимые для понимания и исследования моделей современной математической физики. Строгие определения сопровождаются явными формулами в локальной системе координат, которые необходимы в приложениях при проведении вычислений. Даются основы теории поля и гамильтоновой динамики. В качестве приложений рассматривается квантовая механика и общая теория относительности. Лекции, хотя и опираются на [предыдущий материал](#), который выложен на сайте НОЦ, будут сделаны, по возможности, независимыми.

Примерный план лекций

1. Группа голономии в квантовой механике. Адиабатическая теорема, фаза Берри и эффект Аронова–Бома.
2. Геодезические и экстремали. Уравнение Гамильтона–Якоби и интегрирование уравнений для экстремалей и геодезических. Принцип Гюйгенса.
3. Векторные поля Киллинга. Гармонические координаты. Геодезические или римановы (нормальные) координаты. Полнота многообразий.
4. Однородные пространства. Пространства постоянной кривизны. Пространства абсолютного параллелизма.
5. Симплектические и пуассоновы многообразия.
6. Теория поля. Принцип наименьшего действия. Теоремы Нетер. Эффективное и редуцированные действия.
7. Канонический формализм. Канонические преобразования.
8. Канонический формализм для систем со связями.
9. Основы общей теории относительности. Уравнения Эйнштейна. Действие Гильберта–Эйнштейна. Постановка задачи в общей теории относительности.
10. Вариация действия Гильберта–Эйнштейна. Формализм первого порядка. Скалярно-тензорные модели.
11. Точечные частицы в теории гравитации.
12. Тензор энергии-импульса для точечных частиц и непрерывной среды.
13. Каноническая формулировка общей теории относительности. Полиномиальная форма уравнений Эйнштейна.
14. Каноническая формулировка общей теории относительности. Проблема энергии.