

## Динамические системы малой размерности: хаос и порядок

Лектор: Д. А. Филимонов

Два интересных направления в современной теории динамических систем – это поиск хаотичного поведения в простых системах и нахождение упорядоченного поведения в сложных. Оказывается, что и то и другое можно проиллюстрировать на примерах систем малой размерности. Более того, некоторые вопросы динамики, даже на таком простом многообразии, как окружность, остаются до сих пор нерешенными.

В курсе мы рассмотрим два классических объекта теории динамических систем малой размерности, изучение которых во многом определило развитие этой теории на протяжении XX века. Первая часть курса будет посвящена диффеоморфизмам окружности. Будут разобраны как элементарные факты, так и более трудные, вплоть до самых последних теорем. Далее мы обсудим несколько вопросов, касающихся векторных полей на плоскости и предельных циклов. После этого, возможно, будет разобрана совсем малоизученная задача – поведение систем с запаздывающим переключением на прямой.

Для понимания курса достаточно знания курса обыкновенных дифференциальных уравнений в объеме стандартного университетского курса. Все остальные необходимые сведения будут даваться по ходу рассказа.

### План курса

1. Окружность
  - простые примеры
  - число вращения и классификация Пуанкаре
  - Теорема Данжуа и пример Данжуа
  - минимальность и эргодичность
  - действия групп
2. Векторные поля на плоскости
  - краткое напоминание
  - предельные циклы и теорема Пуанкаре-Бендиксона
  - квадратичные векторные поля: особенности предельных циклов
  - элементы теории нормальных форм (теорема Пуанкаре-Дюлака)
  - теория идеалов Баутина (теоремы Дюлака о центрах и теорема Баутина)
  - пример Ши Сонглина
3. (если успеем) Системы с запаздыванием на прямой: тривиальный пример с нетривиальным поведением.