

Геометрические методы в математической физике (продолжение)

Лектор: Михаил Орионович Катанаев

В лекциях излагаются основы дифференциальной геометрии, необходимые для понимания и исследования моделей современной математической физики. Строгие определения сопровождаются явными формулами в локальной системе координат, которые необходимы в приложениях при проведении вычислений. В качестве приложений рассматривается общая теория относительности и двумерные модели гравитации.

Примерный план лекций

1. Группы преобразований. Теория гомотопий. Фундаментальная группа. Фундаментальная группа и ориентируемость.
2. Главное расслоение. Связности на главных расслоениях.
3. Внешняя алгебра. Ранг и класс дифференциальных форм. Теорема Дарбу.
4. Геодезические. Экстремали. Интегрирование уравнений для экстремалей и геодезических. Уравнение Гамильтона–Якоби для экстремалей.
5. Геодезические или римановы (нормальные) координаты. Полнота многообразий.
6. Однородные пространства. Пространства постоянной кривизны. Пространства абсолютного параллелизма.
7. Симплектические и пуассоновы многообразия.
8. Основы общей теории относительности. Уравнения Эйнштейна. Действие Гильберта–Эйнштейна. Постановка задачи в общей теории относительности.
9. Тензор энергии-импульса для точечных частиц и непрерывной среды.
10. Решение Фридмана. Космологические модели.
11. Решение Шварцшильда. Черные дыры.
12. Двумерные модели гравитации. Интегрирование уравнений движения.
13. Построение глобальных решений в двумерных моделях гравитации. Диаграммы Картера–Пенроуза.
14. Классификация «сплетенных» (warped) решений в общей теории относительности.