

Случайные среды в классических вероятностных моделях

Лектор: Валерий Иванович Афанасьев

В спецкурсе наряду с классическими разделами теории вероятностей такими, как *теория флуктуаций* и *теория ветвящихся процессов*, рассматриваются популярные в настоящее время модификации этих теорий. Суть этих модификаций состоит в отказе от свойства *однородности* задающих указанные классические модели вероятностных распределений, или, другими словами, *сред*. Предполагается, что *среды* неоднородны и, более того, сами *порождены случайным механизмом*. Теория флуктуаций активно используется в актуарной математике и финансовой экономике, в теориях риска и массового обслуживания. Модели ветвящихся процессов находят применение в теории эволюции биологических систем, в теории случайных деревьев и лесов, ядерной физике. Введение в эти модели случайных сред делает их более реалистичными и позволяет обнаруживать новые эффекты, которые соответствуют действительности и которые в классических моделях не имеют места. Для понимания спецкурса требуется знание стандартного университетского курса теории вероятностей.

Программа спецкурса

1. *Простое случайное блуждание* на прямой. Закон арксинуса для времени пребывания на положительной полуоси. Задача о разорении. Сходимость к броуновскому движению в смысле конечномерных распределений.
2. *Сходимость случайных процессов* по распределению в функциональных пространствах. Условия сходимости по распределению для процессов с непрерывными траекториями и для процессов с траекториями без разрывов второго рода.
3. *Произвольное случайное блуждание*. Лестничные моменты и точки. Тождества Спарре–Андерсена и Спицера. Условия возвратности и транзиентности. Принцип инвариантности Прохорова–Донскера. Три закона арксинуса. Предельная теорема для совместного распределения максимума, минимума и положения в последний момент.
4. *Условное броуновское движение*: мост, извилина и экскурсия и их конечномерные распределения.
5. *Остановленное простое случайное блуждание*. Асимптотика распределения времени жизни. Функциональные предельные теоремы для различных временных шкал.
6. *Простое случайное блуждание в случайной среде*. Условия возвратности и транзиентности. Теорема Синая.
7. *Ветвящийся процесс Гальтона–Ватсона*. Классификация. Теоремы Колмогорова и Яглома.

8. *Ветвящийся процесс в случайной среде* с геометрическим распределением числа потомков. Классификация. Асимптотика распределения времени невырождения. Функциональные предельные теоремы для долгоживущих ветвящихся процессов в случайной среде.
9. Взаимосвязь остановленного случайного блуждания с ветвящимся процессом в случайной среде. Проблема максимума для ветвящегося процесса в случайной среде. Предельные теоремы для ветвящихся процессов в случайной среде, достигающих большой численности.
10. Взаимосвязь ветвящегося процесса в случайной среде со случайным блужданием в случайной среде. Предельная теорема для максимума случайного блуждания в случайной среде. Асимптотика распределения первого лестничного момента случайного блуждания в случайной среде.
11. Взаимосвязь ветвящегося процесса Гальтона–Ватсона с остановленным случайным блужданием. Принцип инвариантности для ветвящегося процесса Гальтона–Ватсона. Выражение предельного распределения через распределение локального времени броуновского движения.
12. Взаимосвязь ветвящегося процесса в случайной среде с ветвящимся процессом Гальтона–Ватсона. Закон арксинуса для ветвящегося процесса в случайной среде и для ветвящегося процесса Гальтона–Ватсона.