ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В. П. Михайлов, А. К. Гущин

Резюме. Предлагаемый курс посвящён изучению разрешимости некоторых краевых задач для уравнений математической физики в обобщенной постановке и доказательству основных свойств обобщённых решений; будут рассмотрены необходимые для этого вопросы теории пространств Соболева. Основное внимание будет уделено эллиптическим уравнениям второго порядка. В частности, планируется доказать теорему о непрерывности по Гёльдеру обобщенных решений внутри рассматриваемой области. Для нестационарных уравнений предполагается рассмотреть вопросы разрешимости и стабилизации решений.

Программа курса

§1. Предварительные сведения и основные определения. Постановки краевых задач для уравнений математической физики. Задачи, приводящие к понятию обобщенного решения.

§2. Некоторые вопросы функционального анализа. Банаховы и гильбертовы пространства. Эквивалентные нормы и скалярные произведения. Ограниченные и компактные множества; критерий компактности. Линейные функционалы и операторы. Вполне непрерывные операторы.

§3. Линейные уравнения в сепарабельном гильбертовом пространстве. Теоремы Фредгольма. Собственные значения и собственные элементы вполне непрерывного оператора.

§4. Пространства интегрируемых функций. Обобщенные производные и пространства Соболева.

§5. Теорема вложения, следы функций.

§6. Задача Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка с однородным граничным условием. Теорема о существовании и единственности обобщенного решения в случае симметрического оператора без младших членов с измеримыми и ограниченными коэффициентами. Связь с классическим решением. Задача Неймана.

§7. Принцип максимума и теорема об ограниченности обобщенных решений.

§8. Некоторые дополнительные свойства пространств соболевского типа; теорема Джона – Ниренберга.

§9. Неравенство Гарнака. Теорема Де Джоржи – Нэша о внутренней непрерывности по Гёльдеру обобщенных решений.

§10. Гладкость обобщённого решения уравнения с гладкими коэффициентами.

§11. Задача Дирихле для общего уравнения второго порядка с однородным краевым условием. Собственные значения и собственные функции.

§12. Задача Дирихле с неоднородным краевым условием; классические и обобщённые решения. Задача Дирихле с квадратично суммируемой граничной функцией.

§13. Разрешимость краевых задач для нестационарных уравнений.

§14. Асимптотическое поведение решений нестационарных задач при больших значениях времени.