

## Математическое введение в теорию движений сплошных сред с разрывами

А. Г. Куликовский

1. Интегральные законы сохранения и соответствующие им дифференциальные уравнения для одномерных движений с плоскими волнами.

2. Гиперболические системы уравнений. Собственные значения и собственные векторы матрицы коэффициентов. Характеристические скорости и характеристические направления. Представление гиперболических систем в виде соотношений на характеристиках.

3. Слабые разрывы. Условия на слабых разрывах.

4. Линейные и линеаризованные уравнения. Общее решение в виде бегущих волн. Инварианты Римана. Представление системы двух квазилинейных уравнений с использованием инвариантов Римана.

5. Граничные условия. Приходящие и уходящие характеристики. Необходимое число граничных условий. Эволюционность границы.

6. Волны Римана. Характеристики, соответствующие волне Римана, на плоскости  $x, t$ . Интегральные кривые волн Римана. Эволюция профиля волны: опрокидывание волны, условие для расширяющейся волны с гладким решением.

7. Поверхности разрыва и соотношения на них. Ударная адиабата в фазовом пространстве состояний.

8. Условия эволюционности разрывов решений произвольных гиперболических систем. Смысл требования эволюционности и неравенства, обеспечивающие эволюционность разрывов. Диаграмма эволюционности и отображение на нее ударной адиабаты. “Основные” и “дополнительные” условия на разрывах. Условие априорной эволюционности. Разрывы с недостатком и избытком граничных условий. Условие Жуге, разрывы Жуге. Ударные волны и обратимые разрывы. Условие эволюционности в классическом случае, когда порядок систем уравнений с каждой из сторон от разрыва равен числу соотношений на разрыве. Условия эволюционности в случае, когда линеаризованная система соотношений на разрыве распадается на независимые подсистемы.

9. Ударные волны малой амплитуды для системы уравнений, выражающей законы сохранения. Теоремы о скорости слабой ударной волны и о близости ударной адиабаты и интегральной кривой волны Римана. Отображение частей ударной адиабаты, соответствующих слабым ударным волнам, на диаграмму эволюционности.

10. Поведение ударной адиабаты в окрестности точек Жуге. Существование экстремума скорости разрывов и касание ударной адиабаты с интегральной кривой волны Римана в точках Жуге для “своих” и “не своих” точек Жуге.

11. Задача о распаде произвольного разрыва и другие автомодельные задачи, решение которых зависит от  $x/t$ . Разрешимость задач для линейного и близкого к линейному случаев. Утверждение о несуществовании или неединственности решений автомодельных задач, когда одна из ударных волн мало отличается от ударной волны Жуге.

12. Исследование связи существования структуры разрыва и его эволюционности в общем случае. Требования, предъявляемые к полной системе уравнений, пригодной для описания процессов произвольного масштаба, и получение из нее упрощенной гиперболической системы, описывающей крупномасштабные явления. Постановка задачи о структуре разрыва. Получение соотношений на разрывах путем “сшивки” решений, продолжаемых из областей по обе стороны от структуры. Формулировка основного результата о числе соотношений на разрывах. Вырождение, имеющее место в случае, когда число основных соотношений превышает число, требующееся для эволюционности.

### Литература

1. А. Г. Куликовский, Е. И. Свешникова, Нелинейные волны в упругих средах, Глава 1. М., “Московский Лицей”, 1998.