



# Введение в аналитическую теорию непрерывных дробей

к.ф.-м.н. Виктор Иванович Буслаев

## Программа спецкурса

1. Вводная лекция.

2. Рекуррентные соотношения для числителей и знаменателей подходящих дробей и их следствия. Существование пределов подпоследовательностей подходящих дробей непрерывной дроби с положительными коэффициентами четного и нечетного порядков. Критерий Зейделя сходимости непрерывной дроби  $K_{n=1}^{\infty} \frac{1}{b_n}$ ,  $b_n > 0$ . Критерий Прингсхейма. Эквивалентность непрерывных дробей. Критерий Ворпицкого. Теоремы Ван Флека, Перрона, Трона–Воделанда. Иррациональность чисел  $e$  и  $\pi$ .

3. Теорема Пуанкаре о разностных уравнениях с предельно постоянными коэффициентами и некоторые ее модификации. Теорема Перрона. Уточнение теорем Ван Флека, Перрона, Трона–Воделанда.

4. Представление непрерывной дроби в виде последовательности композиций дробно линейных преобразований. Теорема о сходимости последовательности композиций дробно линейных преобразований с голоморфными предельно периодическими коэффициентами и ее следствия применительно к непрерывным  $S$ -дробям и  $T$ -дробям.

5. Ганкелевы определители. Выражение коэффициентов непрерывных  $S$ -дробей и  $T$ -дробей через ганкелевы определители соответствующих им степенных рядов. Теорема Полиа об оценке роста ганкелевых определителей голоморфной функции посредством трансфинитного диаметра множества ее особенностей. Замечание Гончара к теореме Ван Флека.

**6.** Двухточечный вариант теоремы Поля и его применение к непрерывным Т-дробям. Экстремальное свойство множества особенностей непрерывной Т-дроби с предельно периодическими коэффициентами.

**7.** Непрерывная С-дробь Роджерса–Рамануджана и ее свойства. Явные формулы Хиршхорна для подходящих дробей дроби Роджерса–Рамануджана. Теорема Любински.

**8.** Аппроксимации Паде и их связь с непрерывными дробями. Ортогональные многочлены. Теорема Маркова.

**9.** Паде гипотеза и контрпримеры к ней.

**10.** Разложение степенного ряда в непрерывную С-дробь. Разложения Гаусса отношений гипергеометрических рядов в непрерывные дроби.

**11.** Разложения в непрерывные дроби элементарных аналитических функций.

**12.** Проблема моментов и ее решение при помощи непрерывных дробей.