

### Лекции по теории нелинейных интегрируемых уравнений

Андрей Константинович Погребков

Курс лекций посвящен теории существенно нелинейных интегрируемых уравнений – теории солитонов. Эта теория, являющаяся одним из основных достижений математической физики второй половины XX столетия, нашла применение как в практике (“оптические солитоны”), так и в различных областях теоретической физики (например, в квантовой теории поля и теории струн).

#### Лекция 1

- Из истории метода обратной задачи
- Вывод уравнения Кортевега–де Фриза
- Тест Пенлеве

#### Лекция 2

- Лаксова пара для уравнения Кортевега–де Фриза
- Решения Йоста уравнения Штурма–Лиувилля

#### Лекция 3

- Матрица монодромии
- Интерпретация в терминах данных рассеяния
- Целое решение уравнения Штурма–Лиувилля
- Производная решений Йоста по спектральному параметру.

#### Лекция 4

- Дискретный спектр оператора Штурма–Лиувилля
- Явные формулы для дискретных данных рассеяния в терминах решений Йоста
- Дисперсионное соотношение.
- Связь нулей функции Йоста и собственных значений

#### Лекция 5

- Спектральные данные, восстановление матрицы монодромии по спектральным данным
- Обратная задача для уравнения Штурма–Лиувилля
- Задача Римана.
- Уравнения Гельфанда–Левитана–Марченко.
- Вывод уравнения Штурма–Лиувилля из уравнений обратной задачи.
- Предел совпадающих собственных значений.
- Временная эволюция спектральных данных.

#### Лекция 6.

- Солитонные решения: общая формула
- Одно- и двусолитонные решения.
- Интегралы движения.

## Лекция 7

- Общие замечания о симплектических формах и скобках Пуассона.
- Вывод скобки Гарднера из формы Захарова–Фаддеева
- Вариации данных рассеяния.
- Рекурсионный оператор.
- Иерархии интегрируемых уравнений и скобок Пуассона.

Последующие лекции будут посвящены теории  $(2+1)$ -мерных интегрируемых уравнений. Основным примером здесь будет уравнение Кадомцева–Петвиашвили в двух своих версиях: КРІ и КРІІ. Будет дано обобщение метода обратной задачи рассеяния на случай двумерных задач и построена иерархия интегрируемых уравнений, ассоциированных с нестационарным уравнением Шредингера и уравнением теплопроводности.