

# Категориальные грамматики

Лекция 4 (09.03.2016)

Степан Кузнецов, Мати Пентус, Алексей Сорокин

МГУ им. М. В. Ломоносова, межфакультетский курс,  
весенний семестр 2015–2016 учебного года



## Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
$np$	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	

## Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
$np$	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	
$(\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x)))(\text{RUN})(\text{WALK})(\text{JOHN})$				

## Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
$np$	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	
				WALK(JOHN) $\vee$ RUN(JOHN)

## Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
$np$	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	
				$WALK(\text{JOHN}) \vee RUN(\text{JOHN})$

Mary	loves	and	Ann	hates	Pete
$np$	$(np \setminus s) / np$	$((s / np) \setminus (s / np)) / (s / np)$	$np$	$(np \setminus s) / np$	$np$

## Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
$np$	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	
				WALK(JOHN) $\vee$ RUN(JOHN)

Mary	loves	and	Ann	hates	Pete
$np$	$(np \setminus s) / np$	$((s / np) \setminus (s / np)) / (s / np)$	$np$	$(np \setminus s) / np$	$np$
MARY	LOVE	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \wedge Q(x))$	ANN	HATE	PETE

# Семантика: сочинительный союз

John	walks	or	runs	
$np$	$np \setminus s$	$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s)) / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	WALK	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \vee Q(x))$	RUN	
				WALK(JOHN) $\vee$ RUN(JOHN)

Mary	loves	and	Ann	hates	Pete
$np$	$(np \setminus s) / np$	$((s / np) \setminus (s / np)) / (s / np)$	$np$	$(np \setminus s) / np$	$np$
MARY	LOVE	$\lambda Q. \lambda P. \lambda x. (P(x) \wedge Q(x))$	ANN	HATE	PETE
					LOVE(MARY)(PETE) $\wedge$ HATE(ANN)(PETE)



## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.

## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.

$np$      $(np \setminus np) / np$      $np$      $np \setminus s \rightarrow s$

## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.

$np$      $(np \setminus np) / np$      $np$      $np \setminus s \rightarrow s$

Синтаксически хорошо...

## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.

$np$      $(np \setminus np) / np$      $np$      $np \setminus s \rightarrow s$

Синтаксически хорошо... **семантически плохо!**

## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.

$np$      $(np \setminus np) / np$      $np$      $np \setminus s \rightarrow s$

Синтаксически хорошо... семантически плохо!

$\widetilde{\text{OR}}: D \rightarrow (D \rightarrow D)$

## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
$np$	$(np \setminus np) / np$	$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
$\underbrace{\hspace{15em}}_{\rightarrow np}$			

Синтаксически хорошо... семантически плохо!

$\widetilde{OR}: D \rightarrow (D \rightarrow D)$

## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
$np$	$(np \setminus np) / np$	$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
$\underbrace{\hspace{15em}}_{\rightarrow np}$			

Синтаксически хорошо... семантически плохо!

$\widetilde{OR}: D \rightarrow (D \rightarrow D)$

$\widetilde{OR}(PETE)(JOHN): D$

## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
$np$	$(np \setminus np) / np$	$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
$\underbrace{\hspace{15em}}_{\rightarrow np}$			

Синтаксически хорошо... семантически плохо!

$\widetilde{OR}: D \rightarrow (D \rightarrow D)$

$\widetilde{OR}(PETE)(JOHN): D$

Однако в  $D$  нет объекта «Иван или Пётр».



## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
$np$	$(np \setminus np) / np$	$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
$\underbrace{\hspace{15em}}_{\rightarrow np}$			

Синтаксически хорошо... семантически плохо!

$\widetilde{OR}: D \rightarrow (D \rightarrow D)$

$\widetilde{OR}(\text{PETE})(\text{JOHN}): D$

Однако в  $D$  нет объекта «Иван или Пётр».

Неправильная семантика:  $\text{SING}(\widetilde{OR}(\text{PETE})(\text{JOHN}))$ .

## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
$np$	$(np \setminus np) / np$	$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
$\underbrace{\hspace{15em}}_{\rightarrow np}$			

Синтаксически хорошо... семантически плохо!

$\widetilde{OR}: D \rightarrow (D \rightarrow D)$

$\widetilde{OR}(PETE)(JOHN): D$

Однако в  $D$  нет объекта «Иван или Пётр».

Неправильная семантика:  $SING(\widetilde{OR}(PETE)(JOHN))$ .

Правильная семантика:  $OR(SING(PETE))(SING(JOHN))$ .

## Семантика: союз «или», случай именных групп

Иван	или	Пётр	поёт.
John	or	Pete	sings.
$np$	$(np \setminus np) / np$	$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
$\underbrace{\hspace{15em}}_{\rightarrow np}$			

Синтаксически хорошо... семантически плохо!

$\widetilde{OR}: D \rightarrow (D \rightarrow D)$

$\widetilde{OR}(PETE)(JOHN): D$

Однако в  $D$  нет объекта «Иван или Пётр».

Неправильная семантика:  $SING(\widetilde{OR}(PETE)(JOHN))$ .

Правильная семантика:  $SING(JOHN) \vee SING(PETE)$ .

# Поднятие типа

John            sings.  
*np*            *np \ s*     $\rightarrow$     *s*

## Поднятие типа

John	sings.		
$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow$	$s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow$	$s$

## Поднятие типа

John	sings.		
$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow$	$s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow$	$s$

$$\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{np \rightarrow s / (np \setminus s)}$$

## Поднятие типа

John	sings.		
$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow$	$s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow$	$s$

$$\frac{\frac{np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{np, np \setminus s \rightarrow s}}{u : np \rightarrow s / (np \setminus s)}$$

## Поднятие типа

John	sings.		
$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow$	$s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow$	$s$

$$\frac{u : np \rightarrow np \quad s \rightarrow s}{u : np, np \setminus s \rightarrow s}$$
$$\frac{u : np, np \setminus s \rightarrow s}{u : np \rightarrow s / (np \setminus s)}$$



## Поднятие типа

John	sings.		
$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow$	$s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow$	$s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad s \rightarrow s}{\frac{u : np, np \setminus s \rightarrow s}{u : np \rightarrow s / (np \setminus s)}}$$

## Поднятие типа

John	sings.	
$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad s \rightarrow s}{u : np, P : np \setminus s \rightarrow s}$$
$$\frac{}{u : np \rightarrow s / (np \setminus s)}$$

## Поднятие типа

John            sings.  
 $np$              $np \setminus s \rightarrow s$   
 $s / (np \setminus s)$      $np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s}{\frac{u : np, P : np \setminus s \rightarrow s}{u : np \rightarrow s / (np \setminus s)}}$$

## Поднятие типа

John            sings.  
   $np$              $np \setminus s \rightarrow s$   
 $s / (np \setminus s)$      $np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s}{\frac{u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s}{u : np \rightarrow s / (np \setminus s)}}$$

## Поднятие типа

John	sings.
$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s}{\frac{u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s}{u : np \rightarrow \lambda P. P(u) : s / (np \setminus s)}}$$

## Поднятие типа

John	sings.
$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
$s / (np \setminus s)$	$np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s}{\frac{u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s}{u : np \rightarrow \lambda P. P(u) : s / (np \setminus s)}}$$

## Поднятие типа

John                      sings.  
 $\text{JOHN} : np$      $\text{SING} : np \setminus s \rightarrow \text{SING}(\text{JOHN}) : s$   
 $s / (np \setminus s)$              $np \setminus s \rightarrow s$

$$\frac{u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s}{\frac{u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s}{u : np \rightarrow \lambda P.P(u) : s / (np \setminus s)}}$$

## Поднятие типа

John

sings.

JOHN :  $np$

SING :  $np \setminus s \rightarrow \text{SING}(\text{JOHN}) : s$

$\lambda P.P(\text{JOHN}) : s / (np \setminus s)$     SING :  $np \setminus s \rightarrow s$

$u : np \rightarrow u : np$      $P(u) : s \rightarrow P(u) : s$

---

$u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s$

---

$u : np \rightarrow \lambda P.P(u) : s / (np \setminus s)$



## Поднятие типа

John

sings.

JOHN :  $np$

SING :  $np \setminus s \rightarrow SING(JOHN) : s$

$\lambda P.P(JOHN) : s / (np \setminus s)$

SING :  $np \setminus s \rightarrow (\lambda P.P(JOHN))(SING) : s$

$u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s$

---

$u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s$

---

$u : np \rightarrow \lambda P.P(u) : s / (np \setminus s)$

## Поднятие типа

John

sings.

JOHN :  $np$

SING :  $np \setminus s \rightarrow \text{SING}(\text{JOHN}) : s$

$\lambda P.P(\text{JOHN}) : s / (np \setminus s)$

SING :  $np \setminus s \rightarrow \text{SING}(\text{JOHN}) : s$

$u : np \rightarrow u : np \quad P(u) : s \rightarrow P(u) : s$

---

$u : np, P : np \setminus s \rightarrow P(u) : s$

---

$u : np \rightarrow \lambda P.P(u) : s / (np \setminus s)$





## Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.
$np$	$np \setminus (s / (np \setminus s)) / np$	$np$	$np \setminus s$



## Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.	
<i>np</i>		<i>np</i>	<i>np \ s</i>	$\rightarrow s$
JOHN		PETE	SING	

## Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.	
$np$	$np \setminus (s / (np \setminus s)) / np$	$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \vee P(y))$	PETE	SING	



## Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.
$np$	$np \setminus (s / (np \setminus s)) / np$	$np$	$np \setminus s \rightarrow s$
JOHN	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \vee P(y))$	PETE	SING $(\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \vee P(y)))(PETE)(JOHN)(SING)$

## Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.	
$np$	$np \setminus (s / (np \setminus s)) / np$	$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \vee P(y))$	PETE	SING	$SING(\text{JOHN}) \vee SING(\text{PETE})$

## Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.	
$np$	$np \setminus (s / (np \setminus s)) / np$	$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \vee P(y))$	PETE	SING	$SING(\text{JOHN}) \vee SING(\text{PETE})$
$\underbrace{\hspace{15em}}$				
$\lambda P. (P(\text{JOHN}) \vee P(\text{PETE}))$				

## Семантика: союз «или», случай именных групп

John	or	Pete	sings.	
$np$	$np \setminus (s / (np \setminus s)) / np$	$np$	$np \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \vee P(y))$	PETE	SING	$SING(\text{JOHN}) \vee SING(\text{PETE})$

$\underbrace{\hspace{15em}}$

$\lambda P. (P(\text{JOHN}) \vee P(\text{PETE})) : s / (np \setminus s)$

## Поднятие типа

$$A \rightarrow B / (A \setminus B)$$

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$A \rightarrow (B / A) \setminus B$$

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$



## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

**Важные замечания:**

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

### Важные замечания:

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$  (пример: “John or Pete”)

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

### Важные замечания:

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$  (пример: “John or Pete”)
- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow (B / A) \setminus B$

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

### Важные замечания:

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$  (пример: “John or Pete”)
- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример:  $B = \{ac, bc\}$ ,  $A = \{a\}$ .

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

### Важные замечания:

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$  (пример: “John or Pete”)
- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример:  $B = \{ac, bc\}$ ,  $A = \{a\}$ .  
 $A \setminus B = \{c\}$

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

### Важные замечания:

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$  (пример: “John or Pete”)
- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример:  $B = \{ac, bc\}$ ,  $A = \{a\}$ .

$$A \setminus B = \{c\}$$

$$B / (A \setminus B) = \{a, b\}$$

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

### Важные замечания:

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$  (пример: “John or Pete”)
- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример:  $B = \{ac, bc\}$ ,  $A = \{a\}$ .

$$A \setminus B = \{c\}$$

$$B / (A \setminus B) = \{a, b\} \not\subseteq A$$

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

### Важные замечания:

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$  (пример: “John or Pete”)
- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример:  $B = \{ac, bc\}$ ,  $A = \{a\}$ .

$$A \setminus B = \{c\}$$

$$B / (A \setminus B) = \{a, b\} \not\subseteq A$$

$B / A$  пусто



## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

### Важные замечания:

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$  (пример: “John or Pete”)
- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример:  $B = \{ac, bc\}$ ,  $A = \{a\}$ .

$$A \setminus B = \{c\}$$

$$B / (A \setminus B) = \{a, b\} \not\subseteq A$$

$B / A$  пусто,

значит  $(B / A) \setminus B$  содержит все цепочки („деление на ноль“)

## Поднятие типа

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : B / (A \setminus B)$$

$$u : A \rightarrow \lambda f^{A \rightarrow B}. f(u) : (B / A) \setminus B$$

### Важные замечания:

- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow A$  (пример: “John or Pete”)
- ▶  $B / (A \setminus B) \not\rightarrow (B / A) \setminus B$

Формальный контрпример:  $B = \{ac, bc\}$ ,  $A = \{a\}$ .

$$A \setminus B = \{c\}$$

$$B / (A \setminus B) = \{a, b\} \not\subseteq A$$

$B / A$  пусто,

значит  $(B / A) \setminus B$  содержит все цепочки  
(„деление на ноль“)

Сравните с  $B \setminus A / C$ .

## Семантика: союз «и», случай именных групп

John            and            Pete    sing.

## Семантика: союз «и», случай именных групп

John            and            Pete    sing.  
 $np$      $np \setminus np_{PL} / np$      $np$      $np_{PL} \setminus s \rightarrow s$

## Семантика: союз «и», случай именных групп

John	and	Pete	sing.	
$np$	$np \setminus np_{PL} / np$	$np$	$np_{PL} \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	AND <sub>np</sub>	PETE	SING <sub>PL</sub>	

## Семантика: союз «и», случай именных групп

John	and	Pete	sing.	
$np$	$np \setminus np_{PL} / np$	$np$	$np_{PL} \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	AND <sub><i>np</i></sub>	PETE	SING <sub><i>PL</i></sub>	

Синтаксическому типу  $np_{PL}$  соответствует семантический тип  $D \rightarrow T$ .

## Семантика: союз «и», случай именных групп

John	and	Pete	sing.	
$np$	$np \setminus np_{PL} / np$	$np$	$np_{PL} \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	AND <sub>np</sub>	PETE	SING <sub>PL</sub>	

Синтаксическому типу  $np_{PL}$  соответствует семантический тип  $D \rightarrow T$ .

$$\text{AND}_{np}(\text{PETE})(\text{JOHN}) = \{\text{JOHN}, \text{PETE}\}$$

## Семантика: союз «и», случай именных групп

John	and	Pete	sing.	
$np$	$np \setminus np_{PL} / np$	$np$	$np_{PL} \setminus s$	$\rightarrow s$
JOHN	AND <sub>np</sub>	PETE	SING <sub>PL</sub>	

Синтаксическому типу  $np_{PL}$  соответствует семантический тип  $D \rightarrow T$ .

$$\text{AND}_{np}(\text{PETE})(\text{JOHN}) = \{\text{JOHN}, \text{PETE}\}$$
$$\text{SING}_{PL}(P) = \text{„для всех } x, \text{ для которых верно } P(x), \text{ верно } \text{SING}(x)\text{“}$$



Ещё один пример с союзом «и»

John sent the file to Mary and to Suzy.





## Ещё один пример с союзом «и»

John                    sent                    the                    file  
*np*                     $((np \setminus s) / pp) / np$                      $np / n$                     *n*

to                    Mary                    and                    to                    Suzy.  
 $pp / np$                     *np*                     $(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$                      $pp / np$                     *np*

## Ещё один пример с союзом «и»

John                      sent                      the              file  
 $np$                        $((np \setminus s) / pp) / np$                $np / n$                $n$

to              Mary                                      and                                      to              Suzy.  
 $pp / np$                $np$                                        $(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$                                        $pp / np$                $np$                $\rightarrow s$

## Ещё один пример с союзом «и»

John                    sent                    the            file  
*np*                     $((np \setminus s) / pp) / np$                      $np / n$                     *n*  
JOHN                    SENT                    THE            FILE

to            Mary                    and                    to            Suzy.  
 $pp / np$                     *np*                     $(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$                      $pp / np$                     *np*                     $\rightarrow s$   
MARY                    SUZY

## Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$
JOHN	SENT	THE	FILE

to	Mary	and	to	Suzy.	
$pp / np$	$np$	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	$pp / np$	$np$	$\rightarrow s$
$\lambda x.x$	MARY		$\lambda y.y$	SUZY	

## Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$
JOHN	SENT	THE	FILE

to	Mary	and	to	Suzy.	
$pp / np$	$np$	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	$pp / np$	$np$	$\rightarrow s$
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y.\lambda x.\lambda P.(P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY	



## Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$
JOHN	SENT	THE	FILE

to	Mary	and	to	Suzy.	
$pp / np$	$np$	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	$pp / np$	$np$	$\rightarrow s$
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y.\lambda x.\lambda P.(P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY	

$\underbrace{\hspace{15em}}_{\lambda P.(P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY}))}$

## Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$
JOHN	SENT	THE	FILE

$\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN}))$

to	Mary	and	to	Suzy.	
$pp / np$	$np$	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	$pp / np$	$np$	$\rightarrow s$
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y.\lambda x.\lambda P.(P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY	

$\lambda P.(P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY}))$

## Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$
JOHN	SENT	THE	FILE

$\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN})) : s / pp$

to	Mary	and	to	Suzy.	
$pp / np$	$np$	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	$pp / np$	$np$	$\rightarrow s$
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY	

$\lambda P. (P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY})) : (s / pp) \setminus s$

## Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$
JOHN	SENT	THE	FILE

$\underbrace{\hspace{10em}}$   
 $\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN})) : s / pp$

to	Mary	and	to	Suzy.	
$pp / np$	$np$	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	$pp / np$	$np$	$\rightarrow s$
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y.\lambda x.\lambda P.(P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY	

$\underbrace{\hspace{10em}}$   
 $\lambda P.(P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY})) : (s / pp) \setminus s$

Окончательно:

$(\lambda P.(P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY}))) (\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN})))$

## Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$
JOHN	SENT	THE	FILE

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN})) : s / pp}$

to	Mary	and	to	Suzy.	$\rightarrow s$
$pp / np$	$np$	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	$pp / np$	$np$	
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y. \lambda x. \lambda P. (P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY	

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\lambda P. (P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY})) : (s / pp) \setminus s}$

Окончательно:

$(\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN}))) (\text{MARY}) \wedge$   
 $\wedge (\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN}))) (\text{SUZY})$

## Ещё один пример с союзом «и»

John	sent	the	file
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$
JOHN	SENT	THE	FILE

$\lambda z. (\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(z)(\text{JOHN})) : s / pp$

to	Mary	and	to	Suzy.	
$pp / np$	$np$	$(pp \setminus ((s / pp) \setminus s)) / pp$	$pp / np$	$np$	$\rightarrow s$
$\lambda x.x$	MARY	$\lambda y.\lambda x.\lambda P.(P(x) \wedge P(y))$	$\lambda y.y$	SUZY	

$\lambda P.(P(\text{MARY}) \wedge P(\text{SUZY})) : (s / pp) \setminus s$

Окончательно:

$\text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(\text{MARY})(\text{JOHN}) \wedge \text{SENT}(\text{THE}(\text{FILE}))(\text{SUZY})(\text{JOHN})$

И ещё один пример с союзом «и»

John gave the book to Ann and the record to Suzy.

И ещё один пример с союзом «и»

John gave the book to Ann and John gave the record to Suzy.



## И ещё один пример с союзом «и»

John gave the book to Ann and the record to Suzy.



## И ещё один пример с союзом «и»

John gave the book to Ann and the record to Suzy.



*np · pp*



*np · pp*

# Умножение

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow A \quad \Pi_2 \rightarrow B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow A \cdot B} (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, A, B, \Delta \rightarrow C}{\Gamma, (A \cdot B), \Delta \rightarrow C} (\cdot \rightarrow)$$

# Умножение

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow u : A \quad \Pi_2 \rightarrow v : B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow \langle u, v \rangle : A \cdot B} (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, \pi_1 w : A, \pi_2 w : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, w : (A \cdot B), \Delta \rightarrow u : C} (\cdot \rightarrow)$$

# Умножение

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow u : A \quad \Pi_2 \rightarrow v : B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow \langle u, v \rangle : A \cdot B} (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, \pi_1 w : A, \pi_2 w : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, w : (A \cdot B), \Delta \rightarrow u : C} (\cdot \rightarrow)$$

Семантический тип для умножения —  $A \times B$   
(населён парами  $\langle a, b \rangle$ , где  $a : A$ ,  $b : B$ ).

# Умножение

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow u : A \quad \Pi_2 \rightarrow v : B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow \langle u, v \rangle : A \cdot B} (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, \pi_1 w : A, \pi_2 w : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, w : (A \cdot B), \Delta \rightarrow u : C} (\cdot \rightarrow)$$

Семантический тип для умножения —  $A \times B$   
(населён парами  $\langle a, b \rangle$ , где  $a : A, b : B$ ).

Редукции:

$$\begin{aligned}\pi_1 \langle u, v \rangle &\rightarrow u \\ \pi_2 \langle u, v \rangle &\rightarrow v \\ \langle \pi_1 w, \pi_2 w \rangle &\rightarrow w\end{aligned}$$

## Умножение

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow u : A \quad \Pi_2 \rightarrow v : B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow \langle u, v \rangle : A \cdot B} (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, \pi_1 w : A, \pi_2 w : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, w : (A \cdot B), \Delta \rightarrow u : C} (\cdot \rightarrow)$$

Семантический тип для умножения —  $A \times B$   
(населён парами  $\langle a, b \rangle$ , где  $a : A, b : B$ ).

Редукции:

$$\begin{aligned}\pi_1 \langle u, v \rangle &\rightarrow u \\ \pi_2 \langle u, v \rangle &\rightarrow v \\ \langle \pi_1 w, \pi_2 w \rangle &\rightarrow w\end{aligned}$$

Умножение в знаменателе (currying):

$$(A \cdot B) \setminus C \leftrightarrow B \setminus (A \setminus C) \quad C / (A \cdot B) \leftrightarrow (C / B) / A.$$

# Исчисление Ламбека с семантической разметкой

$$\overline{u : A \rightarrow u : A}$$

$$\frac{\Pi, x : A \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (B / A)} \quad (\rightarrow /), \text{ } \Pi \text{ не пусто}$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, f : (B / A), \Pi, \Delta \rightarrow u : C} \quad (/ \rightarrow)$$

$$\frac{x : A, \Pi \rightarrow u : B}{\Pi \rightarrow \lambda x.u : (A \setminus B)} \quad (\rightarrow \setminus), \text{ } \Pi \text{ не пусто}$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, f(v) : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, \Pi, f : (A \setminus B), \Delta \rightarrow u : C} \quad (\setminus \rightarrow)$$

$$\frac{\Pi_1 \rightarrow u : A \quad \Pi_2 \rightarrow v : B}{\Pi_1, \Pi_2 \rightarrow \langle u, v \rangle : A \cdot B} \quad (\rightarrow \cdot)$$

$$\frac{\Gamma, \pi_1 w : A, \pi_2 w : B, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, w : (A \cdot B), \Delta \rightarrow u : C} \quad (\cdot \rightarrow)$$

$$\frac{\Pi \rightarrow v : A \quad \Gamma, x : A, \Delta \rightarrow u : C}{\Gamma, \Pi, \Delta \rightarrow u[x := v] : C} \quad (\text{cut})$$



## И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John            gave            the    book    to    Ann

                  and                            the    record    to    Suzy











## И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John	gave	the	book	to	Ann
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
JOHN	GAVE	THE	BOOK	$\lambda z.z$	ANN

	and	the	record	to	Suzy
	$pp \setminus np \setminus ((s / pp / np) \setminus s) / pp / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
		THE	RECORD	$\lambda x.x$	SUZY

## И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John	gave	the	book	to	Ann
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
JOHN	GAVE	THE	BOOK	$\lambda z.z$	ANN

and	the	record	to	Suzy
$pp \setminus np \setminus ((s / pp / np) \setminus s) / pp / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
$\lambda y.\lambda x.\lambda z.\lambda w.\lambda R.(R(w)(z) \wedge R(y)(x))$	THE	RECORD	$\lambda x.x$	SUZY



## И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John	gave	the	book	to	Ann
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
JOHN	GAVE	THE	BOOK	$\lambda z.z$	ANN

and	the	record	to	Suzy
$pp \setminus np \setminus ((s / pp / np) \setminus s) / pp / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
$\lambda y.\lambda x.\lambda z.\lambda w.\lambda R.(R(w)(z) \wedge R(y)(x))$	THE	RECORD	$\lambda x.x$	SUZY

Собираем:

$(\lambda y.\lambda x.\lambda z.\lambda w.\lambda R.(R(w)(z) \wedge R(y)(x)))(\text{THE}(\text{RECORD}))(\text{SUZY})(\text{ANN})(\text{THE}(\text{BOOK}))$   
 $(\lambda p.\lambda q.(GAVE(p)(q)(\text{JOHN}))$

## И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John	gave	the	book	to	Ann
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
JOHN	GAVE	THE	BOOK	$\lambda z.z$	ANN

and	the	record	to	Suzy
$pp \setminus np \setminus ((s / pp / np) \setminus s) / pp / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
$\lambda y.\lambda x.\lambda z.\lambda w.\lambda R.(R(w)(z) \wedge R(y)(x))$	THE	RECORD	$\lambda x.x$	SUZY

Собираем:

$(\lambda p.\lambda q.(GAVE(p)(q)(JOHN))(THE(BOOK))(ANN) \wedge$   
 $\wedge (\lambda p.\lambda q.(GAVE(p)(q)(JOHN))(THE(RECORD))(SUZY))$

## И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John	gave	the	book	to	Ann
$np$	$((np \setminus s) / pp) / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
JOHN	GAVE	THE	BOOK	$\lambda z.z$	ANN

and	the	record	to	Suzy
$pp \setminus np \setminus ((s / pp / np) \setminus s) / pp / np$	$np / n$	$n$	$pp / np$	$np$
$\lambda y.\lambda x.\lambda z.\lambda w.\lambda R.(R(w)(z) \wedge R(y)(x))$	THE	RECORD	$\lambda x.x$	SUZY

Собираем:

$GAVE(THE(BOOK))(ANN)(JOHN) \wedge GAVE(THE(RECORD))(SUZY)(JOHN)$

## И ещё один пример с союзом «и» (продолжение)

John                  gave                  the    book    to    Ann  
 $np$                    $np \setminus s / (np \cdot pp)$      $np / n$      $n$      $pp / np$      $np$

$\underbrace{\hspace{15em}}$   
 $np \cdot pp$

and

$(np \cdot pp) \setminus ((s / (np \cdot pp)) \setminus s) / (np \cdot pp)$     the    record    to    Suzy  
 $np / n$                    $n$                    $pp / np$                    $np$

$\underbrace{\hspace{15em}}$   
 $np \cdot pp$





Пока не умеем

The girl whom John met yesterday .

Пока не умеем

The girl whom ( John met yesterday ).



Пока не умеем

The girl whom ( John met [] yesterday ).

## Пока не умеем

The girl whom ( John met [] yesterday ).

The paper that John signed without reading .

## Пока не умеем

The girl whom ( John met [] yesterday ).

The paper that ( John signed without reading ).

## Пока не умеем

The girl whom ( John met [] yesterday ).

The paper that ( John signed [] without reading [] ).

## Пока не умеем

The girl whom ( John met [] yesterday ).

The paper that ( John signed [] without reading [] ).

\* The girl whom Pete likes Kate and John likes .

## Пока не умеем

The girl whom ( John met [] yesterday ).

The paper that ( John signed [] without reading [] ).

\* The girl whom ( Pete likes Kate and John likes [] ).