

Задачи и упражнения к межфакультетскому курсу «Категориальные грамматики» (весна 2016 г.)

1. *Синтаксическим типом* называется (правильно построенное) выражение, составленное из переменных p_1, p_2, p_3 и т. д. с помощью знаков $\cdot, /, \backslash$ и скобок. Рассмотрим алфавит

$$\Sigma = \{smiles, sees, gives, a, the, book, car, student, strange, new\}.$$

В примерах, относящихся к синтаксису естественных языков, элементы в цепочке будем разделять пробелами (например, запись *the student smiles* обозначает цепочку $\langle the, student, smiles \rangle$ длины 3). Рассмотрим функцию f , ставящую в соответствие элементам алфавита Σ синтаксические типы и определённую так:

$$f(smiles) = p_2 \backslash p_1, f(sees) = (p_2 \backslash p_1) / p_2, f(gives) = ((p_2 \backslash p_1) / p_2) / p_2, f(a) = f(the) = p_2 / p_3, \\ f(book) = f(car) = f(student) = p_3, f(strange) = f(new) = p_3 / p_3.$$

Обозначим через L язык, состоящий из таких цепочек $a_1 a_2 \dots a_n \in \Sigma^+$, для которых секвенция $f(a_1), f(a_2), \dots, f(a_n) \rightarrow p_1$ выводится в исчислении Ламбека. Например, *the student smiles* $\in L$, так как секвенция $p_2 / p_3, p_3, p_2 \backslash p_1 \rightarrow p_1$ выводится в исчислении Ламбека. Принадлежит ли языку L цепочка

- а) *the student sees a new strange car?*
- б) *a student gives the new student a book?*
- в) *smiles a student?*
- г) *a book sees a book?*
- д) *a car sees a student a book?*

2. Постройте выводы следующих секвенций в исчислении Ламбека:

- а) $q / (s / np), s / inf, inf / np \rightarrow q$ (q, s, np, inf — примитивные типы);
- б) $A \backslash (B / C) \rightarrow (A \backslash B) / C$;
- в) $B \backslash C \rightarrow (A \backslash B) \backslash (A \backslash C)$ и $C / B \rightarrow (C / A) / (B / A)$;
- г) $A \rightarrow (B / A) \backslash B$ и $A \rightarrow B / (A \backslash B)$;
- д) $(B / A) \backslash B \rightarrow ((A \backslash B) / A) \backslash (A \backslash B)$.

3. Найдите тип λ -терма $\lambda y^D.(\text{THE}(\lambda x^D.(\text{LOVE}(x)(y))))$, если LOVE имеет тип $D \rightarrow (D \rightarrow T)$, а THE имеет тип $(D \rightarrow T) \rightarrow D$.

4. Является ли правильно построенным λ -термом выражение а) $\lambda y^D.(\text{THE}(\lambda x^D.(\text{LOVE}(x)(x))))$, где LOVE имеет тип $D \rightarrow (D \rightarrow T)$, а THE имеет тип $(D \rightarrow T) \rightarrow D$? б) $\lambda y^D.(\text{THE}(\lambda x^D.(\text{LOVE}(x))))$, где LOVE имеет тип $D \rightarrow (D \rightarrow T)$, а THE имеет тип $(D \rightarrow T) \rightarrow D$?

5. Приведите λ -терм к нормальной форме (т.е. примените все возможные β -редукции):

- а) $(\lambda x.(\text{LOVE}(x)(x)))(\text{NARCISSUS})$;
- б) $(\lambda R.(R(\text{MARY})))(\lambda y.\lambda x.(\text{LIKE}(x)(y)))(\text{JOHN})$;
- в) $(\lambda R.(\lambda f.R(R(f(\text{JOHN})))))(\text{NOT})(\text{RUN})$.

6. Подберите подходящие синтаксические типы и выведите в категориальной грамматике Ламбека следующие английские предложения.

- а) *John gave Mary the flower.*
- б) *John believes that Mary loves Pete.*
- в) *The girl whom John loves loves the boy who loves Kate.*
- г) *Mary loves Pete and hates John.*
- д) *John didn't run and jump.*
- е) *Bill hates the girl whom John loves and who loves Pete.*

- ж) *John met Ann or Kate yesterday.*
 з) *John saw Bill yesterday and Mary today.*
 и) *John gave the book or sent the file to Ann.*

Подберите подходящую семантическую разметку и постройте для каждого предложению λ -терм (типа s), выражающий его семантическое значение.

7. Подберите подходящие синтаксические типы и выведите двумя способами (с разными семантическими значениями) в категориальной грамматике Ламбека: *pyramid near the box on the table* (типа n).

8. Пусть типу D соответствует множество элементов $\{JOHN, MARY, PETER, KATE\}$, а типу T — множество логических значений $\{0, 1\}$. Сколько элементов содержит множество, соответствующее типу а) $D \rightarrow T$?

б) $(D \rightarrow T) \rightarrow T$? в) $((T \rightarrow T) \rightarrow T) \rightarrow T$?

9. В этой задаче следует считать, что алфавит состоит из символов C (согласный), V (гласный) и $-$ (слогораздел). а) Задайте регулярным выражением множество слов, в которых 3 слога, один из которых открытый. б) Задайте регулярным выражением множество слов, в которых не более 3 слогов, а между гласными идёт не более 2 согласных (символ слогораздела не использовать). в) Задайте регулярным выражением множество слов, в которых нет открытых слогов, а между гласными идёт не более 2 согласных.

10. Постройте регулярное выражение или конечный автомат для множества словоизменяемых суффиксов какого-нибудь агглютинативного языка (финский, турецкий, ...). Рассматривать слова какой-либо фиксированной части речи.¹

11. Докажите, что множество палиндромов не задаётся никаким конечным автоматом.

12. Докажите, что множество слов вида ww над алфавитом a, b не задаётся никакой контекстно-свободной грамматикой.

13. а) Постройте адекватную контекстно-свободную грамматику для английского языка, в которой бы выводилось предложение *John likes and Mary hates Peter*. б) Добавьте к правилам предыдущей грамматики семантическую составляющую, чтобы данное предложение получало адекватную семантику.

14. а) Постройте адекватную контекстно-свободную грамматику для английского языка, в которой бы выводилось предложение *John knows what Mary likes*. б) Добавьте к правилам предыдущей грамматики семантическую составляющую, чтобы данное предложение получало адекватную семантику.

15. Является ли автоматным следующий язык над алфавитом $\{a, b, c\}$?

а) $\{aba, ababa, abababa, \dots\}$ б) $\{abc, ababcc, abababccc, \dots\}$ в) $\{baac, bbac, baacc, bbacc, baaccc, bbaccc, \dots\}$

16. Найдите все слова длины 6 в алфавите $\{a, b, c\}$, выводимые в грамматике $S \rightarrow Sc, S \rightarrow T, T \rightarrow aTb, T \rightarrow c$.

17. Найдите 6 корректных предложений (типа s) в следующей грамматике Ламбека. (В этой грамматике 5 примитивных типов — s, n_N, n_A, np_N, np_A .)

n_N	<i>studento</i>
n_A	<i>studenton</i>
np_N/n_N	<i>la</i>
np_A/n_A	<i>la</i>
n_N/n_N	<i>nova</i>
n_A/n_A	<i>novan</i>
$(np_N \setminus s)/np_A$	<i>invitis</i>

¹Это задача для самостоятельного домашнего исследования. На зачёте подобных задач не будет.

18. Рассмотрим следующую грамматику Ламбека с тремя примитивными типами (s, n, np).

np/n	<i>the, a</i>
n	<i>girl, car</i>
np	<i>water</i>
n/n	<i>girl, car, water</i>
$np \setminus s$	<i>smiled</i>
$(np \setminus s)/np$	<i>needed</i>
$((np \setminus s) \setminus (np \setminus s))/np$	<i>in</i>
$(n \setminus n)/np$	<i>in</i>
$(n \setminus n)/(np \setminus s)$	<i>that</i>

Какая выводимая секвенция позволяет установить корректность следующего предложения (типа s)?

- а) *The girl smiled in the car.* б) *The girl in the car needed water.* в) *The girl in the car that needed water smiled.*
 г) *The girl needed the car in water.* д) *The girl needed water in the car.* е) *The water car needed a car girl.*

19. Рассмотрим следующую грамматику Ламбека.

np/n	<i>the</i>
n	<i>saw, well</i>
n/n	<i>saw, well</i>
$np \setminus s$	<i>saw</i>
$(np \setminus s)/np$	<i>saw</i>
$(np \setminus s) \setminus (np \setminus s)$	<i>well</i>

Какая выводимая секвенция позволяет установить корректность следующего предложения (типа s)?

- а) *The well saw.* б) *The well saw well.* в) *The well saw the saw.* г) *The saw saw the well well.*

20. Выводима ли в синтаксическом исчислении Ламбека секвенция

- а) $s/pp, pp/np, np/n \rightarrow s/n$?
 б) $s/np, pp/np, pp/n \rightarrow s/n$?
 в) $s/np, np \setminus np, np/n \rightarrow s/n$?
 г) $s/np, np/n, np \setminus np \rightarrow s/n$?

21. Найдите семантический тип, соответствующий следующему синтаксическому типу:

- а) $((s/np)/np) \setminus s/np$; б) $n \uparrow s$; в) $(np \uparrow s) \uparrow s$; г) $s \uparrow (np \uparrow s)$.

22. Существует ли формальный язык в алфавите $\{a, b, c, d\}$, который можно задать грамматикой Ламбека, но нельзя задать контекстно-свободной грамматикой в нормальной форме Грейбах?

23. Найдите грамматику Ламбека, эквивалентную грамматике

- $NP \rightarrow the\ Ord\ N$
 $NP \rightarrow the\ N$
 $NP \rightarrow his\ Ord\ N$
 $NP \rightarrow his\ N$
 $NP \rightarrow every\ N$
 $Ord \rightarrow sixth$
 $N \rightarrow good\ N$
 $N \rightarrow friend$
 $N \rightarrow friend\ Prep\ NP$
 $Prep \rightarrow of$

(здесь алфавит $\{the, his, every, sixth, good, friend, of\}$).

24. Вычислите

$$\begin{bmatrix} a : \begin{bmatrix} b : M \\ c : \begin{bmatrix} d : E \end{bmatrix} \end{bmatrix} \\ c : \begin{bmatrix} b : \begin{bmatrix} f : L \end{bmatrix} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \sqcup \begin{bmatrix} a : \begin{bmatrix} c : \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \\ c : \begin{bmatrix} b : \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \\ g : K \end{bmatrix} \end{bmatrix} .$$