Дискретная математика. Основной поток **Промежуточный экзамен, 24.12.16**

Время экзамена: 2 часа 40 минут. Все ответы и утверждения должны быть строго обоснованы. При использовании утверждений из курса их необходимо указывать явно.

1. Пусть A — некоторое множество и $f\colon A \to A$ — всюду определенная функция на нем. Верно ли, что если $f(A) \neq A$, то f не является инъекцией? Если верно, то докажите это, если не верно, приведите контрпример.

2. О результатах экзамена в группе из 27 человек известно, что каждый студент получил оценку от 1 до 10, причем 10-ку получило не более 2 человек. Сколько вариантов получения оценок студентами возможны при этих условиях?

3. В связном неорентированном графе любой путь ненулевой длины проходит хотя бы через один шарнир. Верно ли, что этот граф — дерево?

4. Приведите пример такого вероятностного пространства и событий A, B, C в нём, что пары событий A и B, B и C, C и A независимы, но

$$\Pr[A \cap B \cap C] \neq \Pr[A] \cdot \Pr[B] \cdot \Pr[C].$$

5. Найдите необходимые и достаточные условия того, что композиция двух нестрогих линейных порядков будет нестрогим линейным порядком. Напоминание: для того, чтобы композиция была корректно определена, порядки должны быть заданы на одном и том же множестве.

6. Сколько существует отношений эквивалентности на множестве $\{0, \ldots 9\}$, если известно, что в нем всего 3 класса эквивалентности, причем 1 и 2 находятся в разных классах? В ответе должно быть не более трех слагаемых.

7. Докажите, что число $11^{61} - 61^{11} + 50$ делится на 671.

8. На ребрах неориентированного графа расставлены знаки "+"и "−". Знаком цикла называется произведение знаков входящих в него ребер, т.е. 1 или -1 в зависимости от четности числа "−". Докажите, что у любого связного графа (кроме деревьев) можно расставить знаки на ребрах так, чтобы сумма знаков всех его простых циклов была отрицательна.

Группа				ФИО			
1	2	3	4	5	6	7	8