

Неделя 2. Комбинаторика - 1

1. Студенческая группа изучает 10 предметов. В понедельник — 4 пары, причем все разные. Сколькими способами можно составить расписание на понедельник?
2. В урне находятся три красных и четыре синих шара. Шары одного цвета не различаются. Сколькими способами можно вынуть из урны 4 шара? Рассмотрите упорядоченный и неупорядоченный выбор с возвращением и без возвращения.
3. Лестница состоит из 13 ступенек, не считая верхней и нижней площадок. Спускаясь, можно перепрыгивать через некоторые ступеньки (можно даже через все). Сколькими способами можно спуститься по этой лестнице?
4. Сколько существует 9-значных чисел, цифры которых расположены в порядке убывания (то есть каждая следующая меньше предыдущей)?
5. 10 человек случайно выстроились в очередь. Найдите вероятность того, что **а)** Иванов, Петров и Сидоров стоят подряд (в произвольном порядке); **б)** Иванов стоит раньше Петрова; **в)** Иванов и Петров не стоят друг за другом?
6. Найдите вероятность того, что в случайном 4-буквенном слове в русском алфавите, есть хотя бы одна гласная? (Всего 33 буквы, 10 из них гласные.)
7. На плоскости отмечено 10 точек так, что никакие три из них не лежат на одной прямой. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках?
8. Сколькими способами можно расставить 12 белых и 12 черных шашек на черных полях шахматной доски?
9. Сколькими способами можно выписать в ряд цифры от 0 до 9 так, чтобы четные цифры шли в порядке возрастания, а нечетные — в порядке убывания?
10. **а)** Сколько диагоналей в выпуклом n -угольнике?
Пусть при этом никакие 3 диагонали не пересекаются в одной точке.
б) Во скольких точках внутри n -угольника пересекаются диагонали?
в) На сколько частей они делят n -угольник?
11. Сколько различных слов (не обязательно осмысленных) можно получить, переставляя буквы в словах
а) "КОМПЬЮТЕР"; **б)** "ЛИНИЯ"; **в)** "ПАРАБОЛА"; **г)** "ОБОРОНОСПОСОБНОСТЬ"
12. **Покер.** Из 52-карточной колоды случайно выбирают 5 карт. Найдите вероятность того, что среди них окажется:
а) "Straight flush": пять последовательных карт одной масти;
б) "Каре": четыре карты из пяти одного достоинства;
в) "Flush": пять карт одной масти;
г) "Full house" или "3+2": три карты одного достоинства и две другого;
д) "Straight": пять последовательных карт;
е) "3": три карты одного достоинства;
ж) "2+2": две пары карт одного достоинства;
з) "2": пара карт одного достоинства;

Домашнее задание 2

1. Найдите сумму всех пятизначных чисел, составленных из нечетных цифр.
2. а) Каких чисел больше среди первого миллиона: тех, в записи которых есть единица или тех, в записи которых ее нет?
б) Тот же вопрос для первых 10 миллионов чисел.
3. Найдите вероятность того, что в десятичной записи случайного десятизначного числа, в записи будет хотя бы две одинаковые цифры?
4. а) Сколькими способами можно разбить $2n$ человек на пары?
б) Докажите, что число этих разбиений нечетно.
5. Вычислите вероятность того, что в хорошо перетасованной колоде из 52 карт карты в каждой масти идут в порядке старшинства?
6. Из колоды в 32 карты случайно выбирается 6. Найдите вероятность того, что среди них встретится
а) хотя бы один туз;
б) представители всех четырех мастей?
7. Сколькими способами можно поселить 7 студентов в три комнаты: одноместную, двухместную и четырехместную?
8. Сколькими способами можно составить расписание первого тура чемпионата России по футболу, в котором играет 16 команд? (Кто хозяин поля, важно).
9. Сколько способов разместить 20 различных книг на 5 полках, если каждая полка может вместить все 20 книг? Размещения, отличающиеся порядком книг на полках, считаются различными.
10. В каждую клетку таблицы 10 на 10 требуется вписать 1 или -1 так, чтобы произведение всех чисел в каждом столбце и произведение чисел в каждой строке равнялись 1. Сколькими способами можно заполнить таблицу?