

Оглавление

1	Уравнения Дирака–Максвелла	23
1.1	Пространство Минковского и тензорные поля	23
1.2	Уравнения Дирака–Максвелла в пространстве Минковского	26
1.3	Зарядовое сопряжение спиноров Дирака	36
2	Модельные уравнения Дирака–Максвелла	40
2.1	Модельная система уравнений Дирака–Максвелла	40
2.2	Модельные уравнения Дирака–Максвелла с калибровоч- ной псевдоунитарной симметрией	43
2.3	Формула для C_μ	44
2.4	Спиноризация модельных уравнений	46
3	Алгебры Клиффорда	50
3.1	Группы, векторные пространства, алгебры	50
3.2	Алгебры Грассмана $\Lambda(n)$	52
3.3	Алгебры Клиффорда $\mathcal{C}\ell(p, q)$	55
3.4	Клиффордово умножение элементов алгебры Грассмана	60
3.5	Коммутаторы и антикоммутаторы	62
3.6	Теорема о свертке генераторов	71
3.7	Операторы сопряжения	73
3.8	Структура унитарного (или евклидова) пространства на алгебрах Клиффорда	75

3.9	Эрмитовы идемпотенты и смежные структуры	80
3.10	Нормальные представления элементов алгебр Клиффорда в виде комплексных матриц	84
3.11	Матричные представления алгебры $\mathcal{C}(1, 3)$	92
3.12	Другие матричные представления алгебры $\mathcal{C}(1, 3)$	96
3.13	Вторичные генераторы алгебры $\mathcal{C}(1, 3)$	99
3.14	Простейшие операции над элементами алгебры $\mathcal{C}(1, 3)$	101
4	Группы и алгебры Ли, связанные с алгебрами Клиффорда	106
4.1	Унитарная группа алгебры Клиффорда	106
4.2	Случай алгебры Клиффорда $\mathcal{C}(1, 3)$	109
4.3	Псевдоунитарная группа алгебры Клиффорда	113
4.4	Симплектическая подгруппа псевдоунитарной группы	118
4.5	Спинорные и ортогональные группы	122
4.6	Две экспоненты от элементов второго ранга	127
4.7	Группы $\text{Pin}(1, 3)$, $\text{Pin}_+(1, 3)$, $\text{Spin}(1, 3)$, $\text{Spin}_+(1, 3)$ и $\text{Pin}_\#(1, 3)$	132
4.8	Множество $\mathcal{C}_{\text{ЕОО}}^{\mathbb{R}}(1, 3)$ и амплитуда	135
4.9	Унитарные подгруппы псевдоунитарной, симплектической и спинорных групп	140
5	Модельные уравнения теории поля в формализме алгеб- ры Клиффорда	146
5.1	Тензоры со значениями в алгебре Клиффорда	146
5.2	Уравнения Янга–Миллса	149
5.3	Модельные уравнения Дирака–Янга–Миллса	150
5.4	Характеризация объектов в модельных уравнениях	155
5.5	Ковариантные преобразования и симметрии модельных уравнений	157
5.6	Свойства модельных уравнений Дирака–Янга–Миллса	163

5.7	Гамильтонова форма модельных уравнений Дирака–Максвелла	166
5.8	Локализация псевдоунитарной симметрии	173
5.9	Модельные уравнения с двумя полями Янга–Миллса	178
5.10	Полудивергентный вид модельного уравнения Дирака	182
5.11	Модельные уравнения Дирака–Янга–Миллса с локальной спинорной симметрией	182
5.12	Операция зарядового сопряжения	185
6	Модельные уравнения на псевдоримановом многообразии	188
6.1	Псевдориманово спинорное многообразие	188
6.2	Модельные уравнения на псевдоримановом многообразии	198
6.3	Модельные уравнения с локальной спинорной симметрией на псевдоримановом многообразии	204
7	Модельные уравнения в формализме алгебры Атьи–Кэлера	209
7.1	Дифференциальные формы и тетрада на спинорном многообразии	209
7.2	Тензоры со значениями в алгебре Атьи–Кэлера	213
7.3	Унитарные, псевдоунитарные и спинорные группы в формализме алгебры Атьи–Кэлера	215
7.4	Формальные частные производные \mathcal{D}_μ	218
7.5	Операторы \star, d, δ	221
7.6	Связь спинорного многообразия $X^{1,3}$ с пространствами Римана–Картана	223
7.7	Формальные ковариантные производные	228
7.8	Модельные уравнения с псевдоунитарной симметрией	230

7.9	Модельные уравнения с локальной спинорной симметрией	236
8	Модельные уравнения теории поля в матричном формализме	242
8.1	Модельные уравнения Дирака–Максвелла	242
8.2	Связь между стандартными и модельными уравнениями Дирака–Максвелла	249
8.3	Модельные уравнения Дирака–Янга–Миллса	251
8.4	Модельные уравнения Дирака–Янга–Миллса с локальной псевдоунитарной симметрией	253
8.5	Модельные уравнения с двумя полями Янга–Миллса	257
8.6	Модельная система уравнений со спинорной локальной симметрией	261
9	Специальные модельные уравнения	267
9.1	Основная идея.	267
9.2	Алгебры Ли антиэрмитовых дифференциальных форм. . .	274
9.3	Основные уравнения.	277
9.4	Неабелевы законы сохранения заряда.	279
9.5	Унитарная и спинорная калибровочные симметрии.	281
10	Амплитуда в релятивистских уравнениях поля	283
10.1	Модельные уравнения Дирака–Максвелла с локальной спинорной симметрией	284
10.2	Специальные модельные уравнения Дирака–Максвелла . .	286
10.3	Решения специального модельного уравнения Дирака типа плоской волны	289
10.4	Фиксация спинорной калибровки	291
10.5	Частный случай $a_\mu = 0$	293
11	Дополнения	298

11.1	Формулы для коммутаторов и антикоммутаторов	298
11.2	Матричные представления генераторов алгебр Клиффорда	302
11.3	Выражение компонент тетрады через компоненты метрического тензора	312
11.4	Алгебраические операции над тензорами	314
11.5	Гипотезы	318
11.6	P.S.	319