

## Программа коллоквиума «Логика и алгоритмы»

1 курс, 2 модуль, 2012 г.

Л.Д. Беклемишев, В.Б. Шехтман

1. Логика высказываний, понятие формулы. Таблицы истинности, булевы функции. Теорема о представимости всякой булевой функции формулой логики высказываний.
2. Теорема о дизъюнктивной нормальной форме.
3. Язык логики предикатов. Понятие термина и формулы. Связанные и свободные вхождения переменных в формулу.
4. Понятие модели, примеры моделей. Определение истинности формулы в модели. Язык элементарной геометрии Тарского и её модель  $(\mathbb{R}^2; B, \cong)$ .
5. Множества, предикаты и функции, выразимые (определимые) в данной модели. Существование невыразимых множеств в модели  $(\mathbb{N}; +, \times)$ .
6. Гомоморфизмы, изоморфизмы, автоморфизмы моделей. Сохранение выразимых предикатов при изоморфизме. Метод доказательства невыразимости с помощью автоморфизма. Описание автоморфизмов и примеры невыразимых множеств в моделях  $(\mathbb{Z}; +)$ ,  $(\mathbb{R}^2; B)$  и  $(\mathbb{R}^2; B, \cong)$ .
7. Логическая эквивалентность в логике предикатов. Теорема о предварённой нормальной форме.
8. Исчисление предикатов. Формальные теории. Вывод и выводимость в теории. Теорема о дедукции.
9. Непротиворечивые теории. Полные теории. Теорема Линденбаума о существовании полного непротиворечивого расширения любой непротиворечивой теории.
10. Лемма о свежей константе. Свидетели и теории Хенкина. Расширение непротиворечивой теории до непротиворечивой теории Хенкина (для счётной сигнатуры).
11. Теорема Гёделя о полноте исчисления предикатов.
12. Нормальные модели. Преобразование модели аксиом равенства в нормальную модель. Теорема Гёделя о полноте исчисления предикатов с равенством относительно нормальных моделей.
13. Теорема о компактности. Теорема Лёвенгейма–Сколема. Существование нестандартных моделей арифметики.