

Математические основания квантовой механики.

Программа курса лекций Г.Г. Амосова

Для меня в квантовой механике самым важным является то, что она порождает особую математическую дисциплину – квантовую теорию вероятностей. Такая теория хотя и использует терминологию классической теории вероятностей, но ни в коем случае не может быть к ней сведена. Почему это так, будет показано в курсе. Тем не менее, такие понятия классической теории вероятностей как события, случайные величины, математическое ожидание, ковариации и корреляции широко используются в квантовой теории вероятностей и дают возможность понять, в чем эти две теории близки, а в чем принципиально отличаются.

1. Аксиоматика Макки квантовой механики. Квантовые состояния и измерения.
2. Проекторы как квантовые события. Меры на решетке ортогональных проекторов. Теорема Глисона. Квантовые состояния, ассоциированные с мерами на проекторах.
3. Дискретные квантовые случайные величины. Проекторозначные меры. Спектральная теорема. Самосопряженные операторы как квантовые случайные величины (квантовые наблюдаемые или квантовые измерения).
4. Пространство волновых функций $L^2(\mu)$, ассоциированных с квантовой наблюдаемой. Формула Борна. Случай квантовых наблюдаемых, являющихся линейными комбинациями операторов координаты и импульса. Дробное преобразование Фурье.
5. Положительные операторнозначные меры. Теорема Наймарка о дилатации. Обобщенные квантовые случайные величины (обобщенные квантовые измерения). Рандомизация случайных величин. Теорема Холево об общем виде квантового измерения.
6. Математические ожидания, дисперсии и ковариации квантовых случайных величин. Соотношение неопределенностей Шредингера-Робертсона для произведения дисперсий.
7. Тензорные произведения гильбертовых пространств. Составные квантовые системы. Сцепленные и сепарабельные состояния. Проверка сцепленности с использованием критерия Переса-Городецких.
8. Классические и квантовые корреляции. Неравенство Белла-Клаузера-Хорна-Шимони. Граница Цирельсона.
9. Квантовые каналы передачи информации. Разложение Крауса. Кодирование и декодирование классической и квантовой информации.
10. Квантование линейных пространств. Линейные пространства, состоящие из ограниченных операторов в гильбертовом пространстве.

11. Некоммутативные операторные графы, ассоциированный с квантовым каналом. Теорема об общем виде некоммутативного операторного графа.

12. Передача информации с нулевой ошибкой. Тензорные произведения графов и суперактивация.

Литература.

1. М. Рид, Б. Саймон. Методы современной математической физики. Т. 1. Функциональный анализ. М.: Мир, 1977.
2. И.Ц. Гохберг, М.Г. Крейн. Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. М.: Наука, 1965.
3. Дж. Макки. Лекции по математическим основам квантовой механики. М.: Мир, 1965.
4. И. фон Нейман. Математические основания квантовой механики. М.: Наука, 1964.
5. А.С. Холево. Вероятностные и статистические аспекты квантовой теории. М.: Наука, 1980.
6. А.С. Холево. Квантовые системы, каналы, информация. М.: МЦНМО, 2010.
7. А.Я. Хелемский. Функциональный анализ. М.: МЦНМО, 2004.
8. B.S. Cirel'son. Quantum generalizations of Bell's inequality. Lett. Math. Phys. 4:2 (1980) 93–100.
9. E. Knill, R. Laflamme. Theory of quantum error-correcting codes. Phys. Rev. A 55 (1997) 900–911.
10. N. Weaver. "Quantum" Ramsey theorem for operator systems. Proc. Amer. Math. Soc. 145 (2017) 4595–4605.