

# МАТРИЧНЫЕ МОДЕЛИ: ГЕОМЕТРИЯ И ИНТЕГРИРУЕМЫЕ СИСТЕМЫ

Л. О. Чехов

Матричные модели, с одной стороны, достаточно доступны исследованию, представляя собой конечномерные интегралы по (обычно эрмитовым) матрицам, а с другой стороны имеют исключительно богатую структуру, подчиняясь одновременно нелинейным уравнениям интегрируемых систем и линейным дифференциальным уравнениям, происходящим из конформных симметрий. За последние 30 лет развития теории матричных моделей они нашли самые разнообразные применения — от геометрических структур на пространствах модулей римановых поверхностей до недавних работ (гипотеза Алдая–Гайотто–Тачикавы), связывающих обобщения матричных моделей с конформными блоками квантовой теории Лиувилля. Метод топологической рекурсии, исходно разработанный в применении к матричным моделям, находит широкие применения в современной математике и математической физике. Предполагаемый курс лекций таким образом послужит хорошим введением в современное состояние дел в этой бурно развивающейся области знания.

Примерная программа:

1. Интегралы по  $N \times N$ -матрицам и  $1/N$ -разложение (разложение по родам).
2. Метод ортогональных многочленов и цепочка Тоды.
3. Конформные симметрии: условия Вирасоро и петлевые уравнения.
4. Геометрия: интегралы по пространствам модулей; матричная модель Концевича как тау-функция иерархии Кортвега–де Вриза.
5. Обобщенная модель Концевича, тау-функции иерархии Кадомцева–Петвиашвили и скэйлинговые пределы.
6. Двухматричные модели и высшие иерархии.
7. Матричные интегралы в пределе бесконечных  $N$ : свободная энергия как тау-функция Уизема-Кричевера. Уравнения Зайберга-Виттена и уравнения ассоциативности.
8. Асимптотическое разложение по  $1/N$  и топологическая рекурсия.
9. Применение топологической рекурсии в математике и математической физике.

Литература: к сожалению, учебника (пока) не существует, есть классическая книга Мехты (Mehta), переведенная на русский язык, и несколько обзоров — старых и новых. В качестве первого чтения можно порекомендовать (достаточно старые) обзоры Ginsparg and Moore, Lectures on 2D gravity and 2D string theory (Cambridge Univ. Press 1993) и А. Ю. Морозова, УФН, том 37 (1994) 1-55.

Надеюсь, к концу семестра (к экзаменам) будет готова брошюра НОЦ по этому лекционному курсу.

Курс будет доступен студентам 3-5 курсов и аспирантам. Все необходимые понятия будут введены. Необходимо знание анализа многих переменных, линейной алгебры и ТФКП.