

Нули дзета-функции Римана

к.ф.-м.н. Марис Евгеньевич Чанга

Предлагаемый курс посвящен систематическому изложению теории дзета-функции Римана. В первую очередь предполагается коснуться вопросов распределения нетривиальных нулей дзета-функции Римана. Мы рассмотрим наилучшие к настоящему времени, хоть и ставшие уже классическими, результаты Виноградова о границе нулей, а в перспективе также результаты Сельберга о нулях на критической прямой и Хаксли о плотности нулей в критической полосе. На семинарских занятиях будет освоена техника суммирования мультипликативных функций с помощью формулы Перрона, а также, в некоторой степени, техника оперирования тригонометрическими суммами.

Примерная программа весеннего семестра

1. Дзета-функция Римана: определение, эйлерово произведение, аналитическое продолжение, функциональное уравнение.
2. Нетривиальные нули дзета-функции Римана: их расположение и простейшие свойства. Формула Римана-Мангольдта.
3. Связь дзета-функции Римана с простыми числами. Формула Перрона. Явная формула для функции Чебышева.
4. Граница нулей дзета-функции Римана. Теорема Валле-Пуссена. Метод Виноградова. Теорема о среднем, ее приложение к оценке дзетовой суммы и уточнению границы нулей.
5. Формула замены тригонометрической суммы более короткой. Приближенное функциональное уравнение Харди-Литтлвуда.