

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Математический институт им. В. А. Стеклова Российской академии наук

На правах рукописи  
УДК 512.774.42, 512.772.3, 512.542



Ясинский Егор Андреевич

## **Конечные подгруппы в группе Кремоны над полем вещественных и комплексных чисел**

Специальность:

01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

**Автореферат**

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Москва — 2018

Работа выполнена на кафедре высшей алгебры механико-математического факультета Московского Государственного Университета им. М. В. Ломоносова.

**Научный руководитель:**

ПРОХОРОВ Юрий Геннадьевич — доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник отдела алгебраической геометрии Федерального государственного бюджетного учреждения науки Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук (специальность 01.01.06)

**Официальные оппоненты:**

ПАНИН ИВАН АЛЕКСАНДРОВИЧ — доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, главный научный сотрудник лаборатории алгебры и теории чисел Федерального государственного бюджетного учреждения науки Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В.А. Стеклова Российской академии наук (специальность 01.01.06).

СТЕПАНОВ Дмитрий Анатольевич — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Математического моделирования» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (специальность – 01.01.06).

**Ведущая организация:**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»

Защита состоится 17 мая 2018 года в 14 час. на заседании диссертационного совета Д 002.022.03 при Математическом институте им. В.А. Стеклова Российской академии наук по адресу: 119991, г. Москва, ул. Губкина, д. 8.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Математического института им. В. А. Стеклова Российской академии наук и на сайте <http://www.mi.ras.ru/dis/ref18/yasinsky/dis.pdf>

Автореферат разослан «        » февраля 2018 г.

Ученый секретарь диссертационного совета  
доктор физико-математических наук,



Королёв М. А.

# Общая характеристика работы

## Актуальность темы

Проективное пространство является, возможно, одним из центральных объектов геометрии. Значит, важно понимать, как устроена группа бирациональных автоморфизмов этого пространства, которая имеет специальное название:

**Определение.** Группой Кремоны  $Cr_n(\mathbb{k})$  проективного пространства  $\mathbb{P}_{\mathbb{k}}^n$  размерности  $n$  над полем  $\mathbb{k}$  называется группа бирациональных автоморфизмов этого пространства.

С алгебраической точки зрения эта группа есть ни что иное как группа  $\mathbb{k}$ -автоморфизмов поля рациональных функций  $\mathbb{k}(x_1, \dots, x_n)$  от  $n$  независимых переменных.

Несложно показать (как геометрическими, так и чисто алгебраическими методами), что  $Cr_1(\mathbb{k}) \cong PGL_2(\mathbb{k})$ . Однако при  $n > 1$  группа Кремоны оказывается исключительно сложным объектом, изучению которого посвящены сотни публикаций. Большинство результатов в этой области относятся к случаю, когда  $n = 2$  и  $\mathbb{k}$  — поле комплексных чисел или любое алгебраически замкнутое поле характеристики нуль. Несколько условно, можно выделить два направления исследования группы Кремоны — классификация ее конечных подгрупп и изучение ее общих теоретико-групповых свойств.

По-видимому, первый классификационный результат о конечных подгруппах в  $Cr_2(\mathbb{C})$  относится к 1877 г., когда Е. Бертини дал описание классов сопряженности инволюций (то есть элементов порядка 2) в этой группе. В 1895 г. С. Кантор и А. Виман получили некоторое описание конечных подгрупп  $Cr_2(\mathbb{C})$ , но их классификация не давала ответов на очень простые вопросы. Например, задавшись произвольной конечной группой, нельзя было выяснить, изоморфна ли эта группа некоторой подгруппе в группе Кремоны. Кроме того, игнорировался вопрос о возможной сопряженности подгрупп. В целом нужно отметить, что работы классиков не удовлетворяли современным требованиям строгости и содержали значительные пробелы.

Современный подход к изучению конечных подгрупп в группе Кремоны начался лишь в 1960-х годах с работ Ю. И. Манина и В. А. Исковских, установивших тесную взаимосвязь между изучением классов сопряженности конечных подгрупп в группе Кремоны и классификацией  $G$ -минимальных рациональных многообразий и  $G$ -эквивариантных бирациональных отображений между ними. Эта техника была применена Л. Бэйлем<sup>1</sup> и А. Бовилем, которые дали современное описание элементов второго порядка в группе  $Cr_2(\mathbb{C})$  с точностью до сопряженности. В дальнейшем их методы были обобщены де Ферне<sup>2</sup> на изучение групп простого порядка. Классификация абелевых конечных подгрупп в  $Cr_2(\mathbb{C})$  была получена Дж. Бланком в его диссертации<sup>3</sup>. Наконец, полное описание конечных подгрупп в  $Cr_2(\mathbb{C})$  было получено И. В. Долгачевым и В. А. Исковских<sup>4</sup> в 2009 г.

<sup>1</sup>L. Bayle, A. Beauville, «Birational involutions of  $P^2$ », Asian J. Math., 4:1 (2000), 11–17.

<sup>2</sup>T. de Fernex, «On planar Cremona maps of prime order», Nagoya Math. J., 174 (2004).

<sup>3</sup>J. Blanc, «Finite abelian subgroups of the Cremona group of the plane», C.R. Acad. Sci. Paris Ser. I, 344:1 (2007), 21–26.

Гораздо меньше известно в случае, когда  $n \geq 3$  или поле  $\mathbb{k}$  не является алгебраически замкнутым. Используя последние достижения трехмерной бирациональной геометрии, Ю. Г. Прохоров получил<sup>5</sup> грубую классификацию бирациональных инволюций  $\mathbb{P}_{\mathbb{C}}^3$ , а также список конечных простых<sup>6</sup> подгрупп в группе  $\text{Cr}_3(\mathbb{C})$  и, более общо, в группах автоморфизмов трехмерных рационально связных многообразий (отметим, что в последнем случае речь идет о классификации с точностью до теоретико-группового изоморфизма, но не сопряженности). Хотя полная классификация конечных подгрупп в  $\text{Cr}_3(\mathbb{C})$  ожидается исключительно сложной, имеется свидетельство в пользу того, что их «грубая» классификация принципиально возможна в любой размерности. А именно, будем смотреть на каждую конечную подгруппу  $G \subset \text{Cr}_n(\mathbb{k})$  как на расширение

$$1 \rightarrow A \rightarrow G \rightarrow B \rightarrow 1,$$

где  $A$  — абелева группа. Если мы знаем, что порядок  $B$  ограничен некоторой универсальной константой, зависящей от  $n$  и  $\mathbb{k}$ , то можно говорить о «классификации с точностью до абелевых подгрупп». Ж.-П. Серром было замечено, что такая константа действительно существует, если  $n \leq 2$  и  $\mathbb{k}$  — произвольное поле характеристики нуль. В. Л. Поповым было предложено<sup>7</sup> следующее удобное определение:

**Определение.** Пусть  $\mathcal{G}$  — произвольная группа. Будем говорить, что эта группа *жорданова* или *обладает свойством Жордана*, если существует положительное целое число  $m$ , такое что любая конечная подгруппа  $G \subset \mathcal{G}$  обладает нормальной абелевой подгруппой  $A$  с  $[G : A] \leq m$ . Наименьшее такое  $m$  будем называть *константой Жордана* группы  $\mathcal{G}$  и обозначать  $J(\mathcal{G})$ .

Такое название мотивировано классической теоремой Камиля Жордана, которая утверждает, что общая линейная группа  $\text{GL}_n(\mathbb{C})$  является жордановой. В свою очередь, упомянутый выше результат Серра говорит о том, что и группа Кремоны плоскости также обладает свойством Жордана. Совсем недавно Ю. Г. Прохоров и К. А. Шрамов показали<sup>8</sup>, что группа Кремоны жорданова в любой размерности. Эти результаты хорошо подтверждают неформальный принцип, согласно которому группы Кремоны обладают некоторыми общими свойствами линейных алгебраических групп. При этом следует отметить, что для  $n > 1$  группа Кремоны, вообще говоря, *не* является алгебраической группой.

<sup>4</sup>I. V. Dolgachev, V. A. Iskovskikh, «Finite subgroups of the plane Cremona group», In: Algebra, arithmetic, and geometry, vol. I: In Honor of Yu. I. Manin, Progr. Math., 269, 443–548.

<sup>5</sup>Ю. Г. Прохоров, «О бирациональных инволюциях  $\mathbb{P}^3$ », Изв. РАН. Сер. матем., 77:3 (2013), 199–222.

<sup>6</sup>Yu. Prokhorov, «Simple finite subgroups of the Cremona group of rank 3», J. Algebraic Geom., 21:3 (2012), 56–600.

<sup>7</sup>V. L. Popov, «On the Makar-Limanov, Derksen invariants, and finite automorphism groups of algebraic varieties», Affine algebraic geometry: the Russell Festschrift, CRM Proceedings and Lecture Notes, 54 (2011), 289–311.

<sup>8</sup>Yu. Prokhorov, C. Shramov, «Jordan property for Cremona groups», Amer. J. Math., 138:2 (2016), 403–418.

## **Цель работы**

Цель данной работы состоит в классификации конечных подгрупп в группе бирациональных автоморфизмов вещественной проективной плоскости (группе Кремоны), а также в выявлении общих свойств, которым удовлетворяют эти подгруппы.

## **Методы исследования**

В диссертации используются методы программы минимальных моделей, вещественной алгебраической геометрии, топологии, теории групп и комбинаторики.

## **Научная новизна**

Результаты диссертации являются полностью новыми. Основные из них состоят в следующем:

1. Вычислены точные константы Жордана для групп  $Cr_2(\mathbb{C})$ ,  $Cr_2(\mathbb{R})$  и  $Cr_2(\mathbb{Q})$ . Доказано, что группа бирациональных автоморфизмов вещественной алгебраической поверхности всегда жорданова.
2. Классифицированы подгруппы нечетного порядка в группе  $Cr_2(\mathbb{R})$ . Для большинства поверхностей дель Пеццо классифицированы конечные группы, действующие минимально на таких поверхностях.

## **Теоретическая и практическая ценность**

Диссертация имеет теоретический характер. Результаты могут быть полезны математикам, занимающимся автоморфизмами алгебраических многообразий и бирациональной геометрией.

## **Апробация результатов**

Результаты диссертации докладывались на следующих научно-исследовательских семинарах:

1. 25 апреля 2013 г., доклад «О подгруппах простого порядка в двумерной группе Кремоны над полем вещественных чисел», семинар им. В. А. Исковских, МИАН им. В. А. Стеклова.
2. 17 апреля 2014 г., доклад «Подгруппы нечетного порядка в группе Кремоны вещественной проективной плоскости», семинар им. В. А. Исковских, МИАН им. В. А. Стеклова.
3. 9 февраля 2016 г., доклад «Конечные подгруппы в группе Кремоны вещественной проективной плоскости», семинар отдела алгебры и отдела алгебраической геометрии (семинар И. Р. Шафаревича), МИАН им. В. А. Стеклова.

4. 4 декабря 2017 г., доклад «Конечные группы бирациональных автоморфизмов», научно-исследовательский семинар кафедры высшей алгебры МГУ.

Результаты диссертации докладывались на следующих конференциях:

1. EDGE Days 2015, доклад «Automorphism groups of real Del Pezzo surfaces», Edinburgh, 5 июня 2015 г.
2. V школа-конференция по алгебраической геометрии и комплексному анализу для молодых математиков России, доклад «Подгруппы нечетного порядка в группе Кремоны вещественной проективной плоскости», Коряжма, 17-22 августа 2015 г.
3. Cremona conference, постер «Finite subgroups of the real plane Cremona group», Basel, Switzerland, 5–16 сентября 2016 г.
4. Groups of birational automorphisms, доклад «The real Cremona group and its finite subgroups», НИУ ВШЭ, 14–18 ноября 2016 г.
5. VI школа-конференция «Алгебры Ли, алгебраические группы и теория инвариантов», доклад «Константа Жордана для плоской группы Кремоны», МГУ, 30 января–4 февраля 2017 г.
6. EDGE Days 2017, доклад «Boundedness results for groups of birational self-maps», University of Edinburgh, Edinburgh, UK, 26-30 июня 2017 г.
7. Basel-EPFL Meeting in Birational Geometry, доклад «Finite groups of birational automorphisms», Basel, Switzerland, 27-30 ноября 2017 г.

## Публикации

Результаты диссертации опубликованы в 2 работах (2 в рецензируемых журналах), список которых приведен в конце автореферата.

## Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из шести глав, разбитых на параграфы. В конце приводится список литературы, состоящий в общей сложности из 63 наименований. Общий объём диссертации — 101 страница.

## Краткое содержание работы

**Первая глава** — введение. В ней дается краткий исторический обзор вопроса, формулируется основная задача, общий метод ее решения и главные результаты диссертации, вводятся обозначения.

**Вторая глава** содержит все необходимые сведения о рациональных алгебраических поверхностях над полями  $\mathbb{C}$  и  $\mathbb{R}$  и их топологии.

В параграфе 2.1 вводится понятие вещественного алгебраического многообразия, а также понятие вещественной структуры на комплексном алгебраическом многообразии.

В параграфе 2.2 напоминаются основные факты о рациональных поверхностях. Особое внимание уделяется двум классам геометрически рациональных поверхностей, играющих важнейшую роль в диссертации, — поверхностям дель Пеццо и расслоениям на коники. Приводится подробное описание геометрии этих поверхностей над полем комплексных чисел, упоминается связь конфигурации исключительных кривых на поверхностях дель Пеццо с системами корней и группами Вейля.

В параграфе 2.3 вводится ключевое для всей диссертации определение  $G$ -поверхности. На этом понятии основан современный подход к классификации конечных подгрупп в группе Кремоны, и этот подход состоит в следующем. Пусть  $\mathbb{k}$  — произвольное совершенное поле.

- Для любой конечной подгруппы  $G \subset \mathrm{Cr}_2(\mathbb{k})$  существует<sup>9</sup>  $\mathbb{k}$ -рациональная гладкая проективная поверхность  $X$ , инъективный гомоморфизм  $\iota : G \rightarrow \mathrm{Aut}_{\mathbb{k}}(X)$  и бирациональное  $G$ -эквивариантное  $\mathbb{k}$ -отображение  $\psi : X \dashrightarrow \mathbb{P}_{\mathbb{k}}^2$ , такое что

$$G = \psi \circ \iota(G) \circ \psi^{-1}.$$

Наоборот, для  $\mathbb{k}$ -рациональной  $G$ -поверхности  $X$  бирациональное отображение  $\psi : X \dashrightarrow \mathbb{P}_{\mathbb{k}}^2$  индуцирует вложение

$$G \hookrightarrow \mathrm{Cr}_2(\mathbb{k}), \quad g \mapsto \psi \circ g \circ \psi^{-1}.$$

Более того, две подгруппы в  $\mathrm{Cr}_2(\mathbb{k})$  сопряжены, если и только если соответствующие  $G$ -поверхности бирационально изоморфны. Значит, имеется биекция между классами сопряженности конечных подгрупп  $G \subset \mathrm{Cr}_2(\mathbb{k})$  и классами бирациональной эквивалентности гладких  $\mathbb{k}$ -рациональных  $G$ -поверхностей  $(X, G)$ .

- Для любой проективной геометрически гладкой  $G$ -поверхности  $X$  над  $\mathbb{k}$  существует бирациональный  $G$ -эквивариантный  $\mathbb{k}$ -морфизм  $X \rightarrow X_{\min}$ , где  $G$ -поверхность  $X_{\min}$  является  $G$ -минимальной. Последнее означает, что любой бирациональный  $G$ -эквивариантный  $\mathbb{k}$ -морфизм  $X_{\min} \rightarrow Z$  является изоморфизмом. Если, кроме того, поверхность  $X$  рациональна над  $\bar{\mathbb{k}}$ , то имеет место один из следующих случаев<sup>10</sup>:

1.  $X_{\min}$  допускает структуру расслоения на коники с  $\mathrm{Pic}(X_{\min})^G \cong \mathbb{Z}^2$ ;
2.  $X_{\min}$  является поверхностью дель Пеццо с  $\mathrm{Pic}(X_{\min})^G \cong \mathbb{Z}$ .

Таким образом, классификация конечных подгрупп в  $\mathrm{Cr}_2(\mathbb{k})$  сводится к бирациональной классификации минимальных пар  $(X, G)$ , описанных выше.

<sup>9</sup>I. V. Dolgachev, V. A. Iskovskikh, «Finite subgroups of the plane Cremona group», In: Algebra, arithmetic, and geometry, vol. I: In Honor of Yu. I. Manin, Progr. Math., 269, 443–548.

<sup>10</sup>В. А. Исковских, «Минимальные модели рациональных поверхностей над произвольными полями», Изв. АН СССР. Сер. Матем., 43:1 (1979), 19–43.

Наконец, в параграфах 2.4-2.6 приводятся основные факты о топологии множества вещественных точек геометрически рациональных поверхностей, а также некоторые вспомогательные сведения из теории представлений и теории групп.

**Третья глава** посвящена свойству Жордана для групп бирациональных автоморфизмов алгебраических поверхностей над различными полями. Напомним, что для комплексной алгебраической поверхности  $X$  не так давно В. Л. Поповым<sup>11</sup> и Ю. Г. Зархиным<sup>12</sup> было доказано, что группа  $\text{Bir}(X)$  жорданова если и только если  $X$  не бирациональна  $\mathbb{P}^1 \times E$ , где  $E$  — эллиптическая кривая. В параграфе 3.1 мы показываем, что для вещественной алгебраической поверхности  $X$  группа  $\text{Bir}(X)$  *всегда* жорданова. Далее, в параграфах 3.2-3.3 мы вычисляем точные значения констант Жордана для групп  $\text{Cr}_2(\mathbb{k})$ , где  $\mathbb{k} = \mathbb{C}, \mathbb{R}$  или  $\mathbb{Q}$ .

**Теорема.** *Имеют место следующие равенства:*

$$J(\text{Cr}_2(\mathbb{C})) = 7200,$$

$$J(\text{Cr}_2(\mathbb{R})) = 120,$$

$$J(\text{Cr}_2(\mathbb{Q})) = 120.$$

В параграфе 3.4 вычисляются константы Жордана для групп бирациональных диффеоморфизмов двумерной сферы и проективной плоскости (напомним, что группой бирациональных диффеоморфизмов  $\text{Aut}(X(\mathbb{R}))$  гладкого вещественного алгебраического многообразия  $X$  называется подгруппа тех его бирациональных автоморфизмов, что имеют лишь чисто мнимые точки неопределенности).

В **четвертой главе** мы изучаем конечные группы автоморфизмов вещественных поверхностей дель Пеццо. При  $K_X^2 = 9, 8, 6, 5, 2$  и  $1$  (в последнем случае — за исключением одной возможности) мы полностью классифицируем конечные группы, действующие минимально на  $\mathbb{R}$ -рациональных поверхностях дель Пеццо  $X$  данных степеней. Для оставшихся случаев  $K_X^2 = 3$  и  $4$  нами получена существенная часть классификации таких групп. В частности, одним из основных следствий главы 4 является следующая теорема.

**Теорема.** *Пусть  $X$  —  $\mathbb{R}$ -рациональная поверхность дель Пеццо и  $G \subset \text{Aut}(X)$  — группа нечетного порядка, такая что  $\text{rk Pic}(X)^G = 1$ . Тогда имеет место один из следующих случаев:*

- $K_X^2 = 9$ ,  $G$  — циклическая подгруппа of  $\text{PGL}_3(\mathbb{R})$ ;
- $K_X^2 = 8$ , группа  $G$  — циклическая и, кроме того, линейризуема.
- $K_X^2 = 6$ ,  $G \cong (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/m\mathbb{Z}) \rtimes (\mathbb{Z}/3\mathbb{Z})$  для некоторых нечетных чисел  $n, m \geq 1$ ; эта группа линейризуема если, и только если  $n = m = 1$ ;

<sup>11</sup>V. L. Popov, «Jordan groups and automorphism groups of algebraic varieties», Automorphisms in birational and affine geometry, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 79 (2014), 185–213.

<sup>12</sup>Yu. G. Zarhin, «Theta groups and products of abelian and rational varieties», Proc. Edinb. Math. Soc., 57:1 (2014), 299–304.



- $K_X^2 = 5$ ,  $G \cong \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ , причем эта группа линеаризуема.

Более того, все перечисленные возможности реализуются.

В **пятой главе** мы описываем некоторые классы групп, действующих минимально на вещественных расслоениях на коники. В частности, мы получаем следующий результат.

**Теорема.** *Любая подгруппа нечетного порядка в группе  $\mathrm{Cr}_2(\mathbb{R})$  сопряжена группе автоморфизмов некоторой поверхности дель Пеццо  $X$ . Более точно, имеет место один из следующих случаев:*

1.  $\mathrm{rk} \mathrm{Pic}(X)^G = 1$ , и  $X$  является  $\mathbb{R}$ -рациональной;
2.  $\mathrm{rk} \mathrm{Pic}(X)^G = 2$ ,  $X \cong \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^1 \times \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^1$ , и группа  $G$  изоморфна произведению не более чем двух циклических групп.

Наконец, в **шестой главе** мы даем полное описание некоторых классов конечных групп, действующих на вещественных геометрических рациональных поверхностях и представляющих отдельный интерес с точки зрения классификации (в том числе, как первый шаг к получению классификации в размерности 3). Так, например, следствием уже цитированной работы Долгачева и Исковских является то, что группа  $\mathrm{Cr}_2(\mathbb{C})$  содержит восемь спорадических неразрешимых групп

$$\mathfrak{S}_5, \mathrm{PSL}_2(\mathbb{F}_7), \mathrm{PSL}_2(\mathbb{F}_7) \times \mathbb{Z}/2, \mathfrak{A}_6, \mathfrak{A}_5 \times \mathfrak{A}_4, \mathfrak{A}_5 \times \mathfrak{S}_4, \mathfrak{A}_5 \times \mathfrak{A}_5, (\mathfrak{A}_5 \times \mathfrak{A}_5) \rtimes \mathbb{Z}/2,$$

и четыре бесконечные серии  $\mathfrak{A}_5 \times \mathbb{Z}/n$ ,  $\mathfrak{A}_5 \times D_n$ ,  $\mathrm{SL}_2(\mathbb{F}_5) \times \mathbb{Z}/n$  и  $\mathrm{SL}_2(\mathbb{F}_5) \times D_n$ . Оказывается, над  $\mathbb{R}$  классификация существенно упрощается. Одним из полученных в диссертации результатов является следующая теорема.

**Теорема.** *Пусть  $X$  — вещественная геометрически рациональная поверхность и  $G \subset \mathrm{Aut}(X)$  — конечная неразрешимая группа. Тогда пара  $(X, G)$  бирационально эквивалентна одной (и лишь одной) паре из следующих:*

- $(\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2, \mathfrak{A}_5)$ ;
- $(Q_{3,1}, \mathfrak{A}_5)$  или  $(Q_{3,1}, \mathfrak{A}_5 \times \mathbb{Z}/2)$ , где  $Q_{3,1}$  обозначает квадрику  $x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 = x_3^2$ ;
- $(\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2(4, 0), \mathfrak{A}_5)$  или  $(\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2(4, 0), \mathfrak{S}_5)$ , где  $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2(4, 0)$  обозначает раздутие  $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$  в четырех обших точках;
- $(Y, \mathfrak{S}_5)$ , где  $Y$  — диагональная поверхность (кубика) Клебша

$$x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \quad x_0^3 + x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 = 0.$$

## Благодарности

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю доктору физико-математических наук профессору Юрию Геннадьевичу Прохорову за постановку задачи и неоценимую помощь при её исследовании и оформлении текстов. Автор также признателен кандидату физико-математических наук Андрею Сергеевичу Трепалину за постоянную поддержку, помощь и многочисленные полезные обсуждения. Также автор хотел бы поблагодарить весь коллектив отделов алгебраической геометрии и алгебры и теории чисел Математического института им. В. А. Стеклова Российской академии наук за создание прекрасной творческой атмосферы для исследований.

## Список литературы

- [1] E. Yasinsky, “Subgroups of odd order in the real plane Cremona group”, *Journal of Algebra*, **461** (2016), 87–120.
- [2] E. Yasinsky, “The Jordan constant for Cremona group of rank 2”, *Bull. Korean Math. Soc.*, **54:5** (2017), 1859–1871.
- [3] Е. А. Ясинский, “Константа Жордана для плоской группы Кремоны”, *Шестая школы-конференции «Алгебры Ли, алгебраические группы и теория инвариантов»*, Москва, Россия, 30 января–4 февраля, 2017.
- [4] Е. А. Ясинский, “Подгруппы нечетного порядка в группе Кремоны вещественной проективной плоскости”, *Тезисы докладов V школы-конференции по алгебраической геометрии и комплексному анализу для молодых математиков России, г. Кораязма Архангельской области, Филиал С(А)ФУ им. М.В. Ломоносова, 17-22 августа 2015 г.*, 2015.

*Научное издание*

Ясинский Егор Андреевич

## Автореферат

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук по теме:  
Конечные подгруппы в группе Кремоны над  
полем вещественных и комплексных чисел

Подписано в печать: 25.01.2018

Тираж 100 экз.

Отпечатано в типографии «Реглет»

г. Москва, пр-т Вернадского, д. 39

8 (495) 979-98-99, [www.reglet.ru](http://www.reglet.ru)