



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ

**ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ
им. А.А. Харкевича Российской академии наук**

Большой Каретный пер., д. 19, стр. 1, Москва, 127051
Тел.: (495) 650-42-25. Факс: (495) 650-05-79. E-mail: director@iitp.ru
ОКПО: 02699464 ОГРН: 1037700064940 ИНН/КПП: 7707020131/770701001
<http://www.iitp.ru>

05.09 2017 г. № 11615 – 2115 / 559

На № _____ от _____

УТВЕРЖДАЮ

Директор Института проблем передачи информации
доктор физико-математических наук, профессор РАН

А.Н. Соболевский



ОТЗЫВ

ведущей организации

о работе Пржиялковского Виктора Владимировича

“Торические модели Ландау–Гинзбурга”,

представленной в качестве диссертации

на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

по специальности 01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

В настоящей диссертации рассматривается ряд аспектов одной из важнейших задач теории зеркальной симметрии — задачи построения моделей Ландау–Гинзбурга многообразий Фано и описания их свойств. Этим вопросом занимались такие математики, как Гивенталь, Концевич, Орлов и ряд физиков, работающих в теории струн – такие, как Вафа и Хори.

Зеркальная симметрия – молодая и очень активно развивающаяся математическая теория, возникшая в конце 20 века. Согласно этой теории, многообразию Фано соответствует так называемая модель Ландау–Гинзбурга, чьи свойства отражают свойства многообразия Фано чрезвычайно нетривиальным образом. В диссертационной работе предложен эффективный подход к проблеме моделей Ландау–Гинзбурга: определено понятие торической модели Ландау–Гинзбурга, построены такие модели для большого класса многообразий Фано, во многих случаях построены их компактификации; изучены многие свойства торических моделей Ландау–Гинзбурга, отражающие свойства исходного многообразия Фано.

Объем диссертации составляет 249 страниц. Текст диссертации состоит из введения, девяти частей и списка литературы, насчитывающего 98 наименований.

Во введении обоснована актуальность темы, представлен обзор литературы, изложены основные идеи, методы и результаты исследования, отражена научная новизна, приведены сведения о структуре работы и публикациях по теме исследования, а также представлено краткое содержание частей работы.

Первая часть работы является вводной. В ней даются определения и приводятся конструкции, которые требуются для дальнейшего. В частности, в ней даются определения инвариантов Громова–Виттена, I -рядов и их регуляризаций, даны базовые определения и свойства торических многообразий.

Во второй части вводится центральное понятие работы — торической модели Ландау–Гинзбурга. Изучены периоды для семейства слоев торической модели Ландау–Гинзбурга. Высказана гипотеза о существовании такой модели для пары, состоящей из многообразия Фано и дивизора на нем. Доказательство этой гипотезы для большого класса многообразий занимает существенную часть диссертации.

В третьей части подход к построению и изучению моделей Ландау–Гинзбурга, разработанный в диссертации, применен к двумерному случаю. С помощью горнштейновых торических вырождений поверхностей дель Пеццо построены торические модели Ландау–Гинзбурга. Тем самым, подтверждена гипотеза об их существовании в этом случае. Представлена явная конструкция таких моделей для поверхности дель Пеццо и дивизора на ней. Слоем над бесконечностью для компактификации типа лог-Калаби–Яу является колесо гладких рациональных кривых, что согласуется с описанием моделей Ландау–Гинзбурга поверхностей дель Пеццо и общих дивизоров на них, данное Кацарковым, Орловым и Уру. Также в третьей части уточнены и доказаны некоторые гипотезы Кацаркова–Концевича–Пантева для гладких поверхностей дель Пеццо.

Четвертая часть — центральная в диссертации. Она посвящена изучению моделей Ландау–Гинзбурга для трехмерных многообразий Фано. В ней построены торические модели Ландау–Гинзбурга для всех таких многообразий, в частности, построены их компактификации типа лог-Калаби–Яу. Метод построения таких компактификаций, примененный в трехмерном случае, применим и в других случаях; так, в пятой части с его помощью построены компактификации типа лог-Калаби–Яу торических моделей Ландау–Гинзбурга полных пересечений. Для случая многообразий основной серии (то есть с рангом группы Пикара 1) вычислены решетки Пикара общих слоев компактифицированных моделей Ландау–Гинзбурга. Показано, что они двойственны по Долгачеву–Никулину общим антиканоническим сечениям многообразий Фано.

В пятой части работы построены торические модели Ландау–Гинзбурга для полных пересечений в проективных пространствах. Применена конструкция Гивенталья для моделей Ландау–Гинзбурга полных пересечений в торических пространствах, а также изучен интеграл Гивенталья. Доказательство существования компактификации типа лог-Калаби–Яу схоже с доказательством из предыдущей главы. Кроме того, торические вырождения, необходимые для построения торических моделей Ландау–Гинзбурга, построены для полных пересечений во взвешенных проективных пространствах.

Шестая часть работы посвящена моделям Ландау–Гинзбурга для полных пересечений Фано в грассманианах. Показано, что модели Ландау–Гинзбурга таких многообразий, построенные Батыревым, Кимом, ван Стратеном и Чиокан-Фонтанином бирациональны алгебраическому тору и, таким образом, задаются многочленом Лорана. Также найден интеграл Гивенталья, и проверено условие периодов для этих многочленов.

Седьмая часть посвящена изучению свойств торических моделей Ландау–Гинзбурга и их компактификаций. Выдвинута гипотеза, позволяющая интерпретировать определенное число Ходжа многообразия Фано в терминах приводимых слоев его модели Ландау–Гинзбурга. Гипотеза доказана для случая трехмерных многообразий Фано основной серии, а также для полных пересечений в проективных пространствах.

В восьмой части описана некоторая структура на множестве семейств трехмерных многообразий Фано, мотивированная классическим описанием поверхностей дель Пеццо как раздутий проективной плоскости (за исключением квадрики). Хотя трехмерные многообразия Фано нельзя, по аналогии с двухмерным случаем, связать друг с другом подобными раздутиями, в диссертации предложено связать элементарными проекциями не сами многообразия, а их торические вырождения, и восстановить многообразия Фано как сглаживания торических. В контексте торических вырождений естественно возникают торические модели Ландау–Гинзбурга многообразий Фано. Как результат, многообразия Фано основной серии “выстраиваются в две цепочки”: первая цепочка соответствует многообразиям индекса 1, а вторая — многообразиям индекса 2.

Девятая часть посвящена вопросу существования неф-разбиений для гладких взвешенных полных пересечений Фано. Необходимым и достаточным условием существования модели Ландау–Гинзбурга гивенталевского типа является существование неф-разбиения. Если оно достаточно хорошее, оно позволяет построить и торическую модель Ландау–Гинзбурга. В девятой части выдвинута гипотеза о существовании хорошего неф-разбиения (и торической модели Ландау–Гинзбурга) для гладких полных пересечений во взвешенных проективных пространствах. Она доказана в случае полных пересечений дивизоров Картье и в случае полных пересечений коразмерности 2. Также она явно доказана для случая размерностей 4 и 5, а именно, все неф-разбиения явно перечислены для всех гладких взвешенных полных пересечений, найденных Пржиялковским и Шрамовым.

Результаты диссертации снабжены полными и подробными доказательствами. Научные результаты диссертации получены автором самостоятельно, являются новыми и строго обоснованы. Полученные в диссертации результаты своевременно опубликованы в открытой печати, в том числе в журналах, рекомендованных ВАК, а также входящих в основные системы цитирования. Работа имеет значительную теоретическую ценность.

Автореферат диссертации верно и полностью отражает ее содержание. Результаты диссертации регулярно докладывались на конференциях и семинарах, проводимых ведущими научными учреждениями и университетами России, Австрии, Болгарии, Бразилии, Великобритании, Германии, Китая, Мексики, США, Хорватии, Чили,

Швейцарии, Южной Кореи, Японии. Результаты и разработанные в диссертации методы могут быть использованы специалистами в алгебраической геометрии, теории категорий, теории чисел, зеркальной симметрии и математической физике. Часть результатов диссертации может быть включена в программы специальных курсов по алгебраической геометрии, теории чисел, зеркальной симметрии и математической физике для студентов старших курсов и аспирантов математических специальностей Математического института им. В. А. Стеклова РАН и Научно-образовательного центра при МИАН, Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Новосибирского государственного университета, Санкт-Петербургского государственного университета и других высших учебных и научно-исследовательских учреждений.

Работа рассмотрена на заседании семинара по алгебраической геометрии и теории чисел в ИППИ РАН.

Подытоживая сказанное, мы считаем, что диссертация В. В. Пржиялковского удовлетворяет требованиям п. 9 “Положения о порядке присуждения ученых степеней” ВАК Министерства образования и науки Российской Федерации. Все результаты работы обоснованы подробными доказательствами, диссертация Пржиялковского Виктора Владимировича “Торические модели Ландау–Гинзбурга” полностью соответствует специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел, работа представляет крупный вклад в алгебраическую геометрию, а ее автор, несомненно, заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук.

Отзыв ведущей организации обсужден и одобрен на заседании Сектора алгебры и теории чисел ИППИ РАН 13 июля 2017 года.

Доктор физико-математических наук, зав. Сектором алгебры и теории чисел ИППИ РАН Цфасман М. А.

Подпись
М. А. Цфасман
УДОСТОВЕРЯЮ
Зав. канцелярией

Кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Сектора алгебры и теории чисел ИППИ РАН Гольшев В. В.

Подпись
В. В. Гольшев
УДОСТОВЕРЯЮ
Зав. канцелярией

