

## Отзыв

**официального оппонента о диссертации Лосева Андрея Александровича «Устойчивость нулевого решения релейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с двумя реле», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление**

В рецензируемой работе изучается многомерная (размерности большей или равной двум) система вещественных обыкновенных дифференциальных уравнений, в правых частях которых стоят суммы линейных функций и двух кусочно постоянных функций, каждая из которых разрывна на своей координатной гиперплоскости.

В диссертации А.А. Лосева исследуется устойчивость нулевого решения релейной системы описанного вида при различных значениях параметров этой системы.

Релейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений возникают в теории оптимального управления, а также в различных прикладных задачах.

Отсюда следует, что рецензируемая работа посвящена актуальной теме, относящейся к теории устойчивости и к теории систем вещественных обыкновенных дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями.

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы, и списка иллюстративного материала.

Во введении приводится общая характеристика диссертационной работы, а также излагается основное ее содержание.

В первой главе даются вводные определения и результаты, и, в частности, обосновывается, что для изучаемой в диссертации системы три наиболее часто используемые определения решения – простейшее определение по Филиппову, определение методом эквивалентного управления и общее определение по Айзерману–Пятницкому – сводят ее к одному и тому же дифференциальному включению.

Вторая глава посвящена доопределению приведенной системы на гиперплоскостях разрыва ее правых частей. В этой главе автор вводит определение существования и отсутствия движения в приведенной системе всюду на некотором множестве и изучает существование и отсутствие движений в приведенной системе на гиперплоскостях разрыва ее правых частей. В случаях наличия таких движений выводятся их уравнения.

В третьей главе излагаются основные результаты диссертации. Здесь проводится исследование устойчивости нулевого решения приведенной системы при различных значениях ее параметров. Формулируются и доказываются теоремы, содержащие достаточные условия асимптотической устойчивости, устойчивости и неустойчивости нулевого решения системы. Совокупность условий доказанных теорем покрывает открытое всюду плотное множество в пространстве параметров системы, причем весьма просто устроенное: оно получается вычитанием из пространства параметров конечного и не зависящего от размерности системы числа гиперповерхностей, уравнения которых остаются одними и теми же при любой

размерности рассматриваемой системы. Кроме этого, совокупность условий доказанных теорем покрывает часть каждой из тех граничных гиперповерхностей описанного выше открытого всюду плотного множества, которые задаются условиями перпендикулярности «главной части» (в достаточно малой окрестности начала координат) векторного поля, заданного приведенной системой, одной из первых двух координатных осей, на множестве, на котором первые две координаты одного знака, или на множестве, на котором первые две координаты разных знаков. В последнем параграфе третьей главы описываются механизмы возникновения асимптотической устойчивости, устойчивости и неустойчивости нулевого решения приведенной системы с изученными в работе значениями параметров.

В заключении диссертационного исследования подводятся его итоги. Здесь находится сводная таблица результатов об устойчивости нулевого решения приведенной системы, доказанных в рассматриваемой работе.

Диссертация написана достаточно ясно и подробно. Автор приводит нужные пояснения рассматриваемых эффектов и конструкций, что облегчает понимание работы. Сводная таблица результатов, имеющаяся в заключении диссертации, способствует хорошему восприятию текста.

В рецензируемой работе получено обобщение результатов Л.С. Понтрягина, В.Г. Болтянского и Д.В. Аносова на случай релейной системы с двумя реле, а, кроме того, результатов А.Ф. Филиппова и Р.И. Алидемы на случай системы вещественных обыкновенных дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями изучаемого в рассматриваемой работе вида, размерность которой больше или равна трем.

Итак, результаты, полученные в рецензируемой диссертации, являются новыми, актуальными и содержательными. Они получены автором самостоятельно и вносят весомый вклад в теорию устойчивости и в теорию систем вещественных обыкновенных дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями (а конкретно, в изучение устойчивости решений релейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений).

Из недостатков следует отметить ряд имеющихся в работе опечаток, однако их число невелико. Кроме того, ясно, что аналогичные результаты справедливы и для нелинейных систем с соответствующими условиями на линейные части, и могут быть получены теми же методами. Остается сожалеть, что этого не было сделано в диссертации. Тем не менее, указанные замечания не снижают общую положительную оценку диссертационного исследования.

Достоверность результатов, полученных в диссертации, гарантируется тем, что: они сформулированы в виде строгих математических утверждений (теорем, лемм, следствий); снабжены верными, строгими и исчерпывающими математическими доказательствами.

Все результаты, полученные в диссертации, своевременно и полностью опубликованы в рецензируемых научных изданиях в четырех печатных работах автора. Две из них – статьи в научных журналах, входящих в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук», две – тезисы докладов, представленных

- автором на международных конференциях. Результаты, полученные в диссертационном исследовании, были представлены автором на различных международных научных конференциях и семинарах.

Результаты рецензируемой работы могут найти применение при изучении устойчивости решений систем вещественных обыкновенных дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями, возникающих как в фундаментальных, так и в прикладных задачах. Кроме того, результаты, полученные в рассматриваемой диссертации, могут быть полезны при чтении спецкурсов по теории устойчивости и по теории вещественных обыкновенных дифференциальных уравнений для аспирантов, магистрантов и студентов математических, физических и инженерных направлений и специальностей.

Диссертация А.А. Лосева представляет собой законченную оригинальную научно-квалификационную работу по теории устойчивости и по теории систем вещественных обыкновенных дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями.

Автореферат диссертации полностью и правильно отражает ее содержание.

Основываясь на вышесказанном, делаю вывод, что диссертация А.А. Лосева «Устойчивость нулевого решения релейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с двумя реле» полностью соответствует всем требованиям положения «О порядке присуждения ученых степеней» (утверждено постановлением Правительства РФ № 842 от 24.09.2013), предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор Лосев Андрей Александрович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент

Филимонов Дмитрий Андреевич,

к. ф.-м. н., специальность – 01.01.02

доцент, доцент кафедры высшей математики

Федерального государственного автономного

образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

101000, г. Москва, ул. Мясницкая, д. 20

dfilimonov@hse.ru, тел. +7(499) 152-1181

«04» декабря 2017 г.

