

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Карпухина Михаила Александровича «Метрики на поверхностях, экстремальные для собственных значений оператора Лапласа–Бельтрами», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 – геометрия и топология

Диссертация Карпухина Михаила Александровича посвящена изучению задачи геометрической оптимизации для собственных значений оператора Лапласа на поверхностях. Хорошо известно, что экстремальные метрики для этой задачи связаны с минимальными погружениями в единичную сферу $S^n \subset \mathbb{R}^{n+1}$. В работе детально изучается эта связь для некоторых семейств минимальных торов и, как следствие, строятся новые примеры экстремальных метрик для функционалов собственных значений оператора Лапласа–Бельтрами. Результаты диссертации относятся к области дифференциальной геометрии и спектральной теории.

Диссертация состоит из четырех глав. Первая глава – введение, в ней проводится обзор известных результатов в области геометрической оптимизации собственных значений оператора Лапласа–Бельтрами, а также формулируются основные результаты работы, даются связанные с ними определения, описываются идеи и план доказательства.

Во второй главе даются предварительные сведения, включающие в себя определения минимальных поверхностей, оператора Лапласа–Бельтрами, и описывается взаимосвязь между этими понятиями. Кроме того, в данной главе вводятся основные технические средства, используемые в дальнейшем: спектральная теория периодического уравнения Штурма–Лиувилля и эллиптические интегралы.

Третья глава посвящена получению двух новых семейств экстремальных метрик на двумерном торе. На полученных примерах действует изометриями группа $SO(2)$, что позволяет свести задачу к однопараметрическому семейству периодических задач Штурма–Лиувилля. Отметим, что для одного из семейств соответствующее одномерное уравнение является частным случаем классического уравнения Ламе. В диссертации получены представляющие независимый интерес оценки для собственных значений этого уравнения.

В четвертой главе изучается максимальность всех известных на данный момент семейств экстремальных метрик. Более точно, доказывается, что все известные примеры экстремальных метрик для функционалов Λ_i с $i > 1$ не являются максимальными.

Результаты, полученные в диссертации М. А. Карпухина, являются важным вкладом в спектральную геометрию оператора Лапласа–Бельтрами. Все результаты являются новыми. Они неоднократно докладывались на международных конференциях и семинарах. Представленные результаты снабжены подробными доказательствами и опубликованы в рецензируемых научных журналах. Автореферат диссертации адекватно отражает основное содержание работы.

Диссертация Карпухина Михаила Александровича «Метрики на поверхностях, экстремальные для собственных значений оператора Лапласа–Бельтрами» удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК, а ее автор несомненно заслуживает присуждения степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.04 – геометрия и топология.

Официальный оппонент,
д. ф.-м. н., ведущий научный сотрудник
Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН,
Миронов Андрей Евгеньевич,
адрес: 630090, г. Новосибирск, пр. ак. Коптюга, 4,
тел.: (383)3297672,
e-mail: mironov@math.nsc.ru
специальность - 01.01.04



А.Е. Миронов

22 мая 2017 г.



Н.З. Киндалева