

ОТЗЫВ

научного руководителя Печеня А.Н. о диссертации Ильина Н.Б. “Экстремумы целевых функционалов в задачах управления двухуровневыми квантовыми системами” на соискание степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.03 – математическая физика.

Диссертационная работа посвящена теории управления квантовыми системами. Проблемы управления квантовомеханическими системами занимают важное место в современной квантовой теории и теории оптимального управления. Эта область исследований активно развивается с начала 80-х годов XX века. В настоящее время она имеет широкий спектр приложений в таких областях, как квантовая информатика, квантовая криптография, квантовая химия и других.

В 1-ой и 2-ой главе исследуется оптимизационная задача для кубита, динамика которого определяется уравнением Шредингера и действием когерентного управления f на интервале времени от 0 до T

$$i \frac{dU_t^f}{dt} = (H_0 + f(t)V)U_t^f, \quad U_0^f = \mathbb{I}.$$

Рассматривается терминальная оптимизационная задача, заключающаяся в максимизации целевых функционалов J_O и J_W , описывающих квантовое среднее целевой наблюдаемой и квантовый вентиль.

В первых двух главах исследуется проблема ловушек. Ловушками для задачи максимизации целевого функционала называются локальные максимумы целевого функционала, не являющиеся глобальными. Наличие ловушек в оптимизационной задаче создает препятствие для многих распространенных методов поиска максимума, основанных на локальных данных. В 2004 году Х. Рабицем, М. Хсиехом и К. Розенталем была высказана гипотеза об отсутствии ловушек для случая общего положения. В 1-ой главе доказывается, что ни одно управление, кроме, возможно, одного исключительно, не является ловушкой для функционалов J_O и J_W . Этот результат является первым математически строго обоснованным утверждением об отсутствии ловушек. Во 2-ой главе доказывается, что исключительное управление не является ловушкой целевых функционалов J_O и J_W при некоторых значениях параметров задачи.

В 3-ей главе рассматривается задача управления с помощью неселективных измерений в открытых двухуровневых квантовых системах. В этом случае эволюция системы в промежутках между измерениями задается преобразованием матрицы плотности $\rho(t_{k+1}) = U_{(t_{k+1}-t_k)} \rho(t_k) U_{(t_{k+1}-t_k)}^\dagger$, U_t — оператор унитарной эволюции, а в результате неселективного измерения наблюдаемой Q_k в момент времени t_k $\rho(t_k + 0) = \sum_i P_i \rho(t_k - 0) P_i$, где P_i — проекторы на собственные подпространства измеряемой наблюдаемой Q . Требуется найти такие наблюдаемые Q_k^{opt} , которые максимизируют целевой функционал $\mathcal{J}(Q_1, \dots, Q_N) = \text{Tr}[\rho(T)O]$, где O — целевая наблюдаемая. В диссертации найдены явные выражения для Q_k^{opt} в двухуровневых системах для любого фиксированного числа измерений. Решение этой задачи дает дискретную аппроксимацию для квантового динамического эффекта Зенона, имеющего важные приложения в задачах квантового управления. В частности, управление с помощью измерений использовалось С. Арошем и Д. Вайнлендом в их известных экспериментах по манипулированию индивидуальными квантовыми объектами.

Основными результатами диссертации являются следующие теоремы.

- 1) Теоремы об отсутствии ловушек у функционалов J_O и J_W на множестве всех управлений, кроме одного исключительного, в задачах когерентного управления изолированным от окружения кубитом.
- 2) Теоремы о том, что исключительное управление не является ловушкой целевых функционалов J_O и J_W для некоторых значений параметров задачи.
- 3) Теорема о наблюдаемых, которые доставляют глобальный максимум целевой функции в задаче управления двухуровневыми квантовыми системами с помощью измерений для любого фиксированного числа измерений.

Результаты диссертации опубликованы в трех статьях в российских и зарубежных журналах, неоднократно докладывались на семинарах и конференциях. Считаю, что диссертация удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.03 – математическая физика, а ее автор заслуживает присуждения искомой степени.

А. Печень

Научный руководитель
доктор физико-математических наук,
профессор РАН, заведующий лабораторией
математических методов квантовых технологий МИАН,
ведущий научный сотрудник
кафедры математики МИСиС.

А.Н. Печень
- 01.01.03

