

ОТЗЫВ
научного руководителя о диссертации Цылина И.В.
«Функционально-аналитические подходы к вопросу
о регулярности решений вариационных и краевых задач»,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Тема диссертации И.В. Цылина относится к активно развивающемуся направлению функционального анализа — теории возмущений дифференциальных операторов на многообразиях. Это направление включает исследования свойств решений спектральных, вариационных и краевых задач в областях с негладкими границами и связано со спектральной теорией операторов, вопросами математической физики, теорией динамических систем, задачами механики и вычислительной математики.

Формализм теории возмущений применительно к случаю деформации областей, в которых рассматриваются дифференциальные операторы, был разработан физиками и изложен в известной монографии Морса и Фешбаха «Методы теоретической физики» (1953). Затем появились работы Ф. Реллиха, М.Ш. Бирмана, В.П. Маслова, Т. Като и других математиков, преимущественно относящиеся к изучению поведения спектра при возмущении границы области. Результаты этого периода, завершившегося к началу 70-х годов, подытожены в монографии Т. Като. Последующее развитие теории в направлении липшицевых границ освещено в недавнем обзоре М.С. Аграновича.

Параллельно отмеченной выше деятельности происходила разработка техники изучения функциональных пространств, начало которому положил С.Л. Соболев. Так, в 1953 г. С.М. Никольский опубликовал работу о своих классах функций, заданных в областях на многообразиях. Дальнейшее развитие теории функциональных пространств в первую очередь связано с работами О.В. Бесова, В.И. Бурепкова, М.Л. Гольдмана и Х. Трибеля. Полученные в этом направлении результаты существенным образом используются в представленной диссертации, посвященной изучению решений вариационных и краевых задач в областях с нелипшицевыми границами.

Обзор литературы по теме исследования приведен во введении, там же сформулированы основные результаты работы. Содержание глав: 1. Поведение оператора Лапласа–Бельтрами в областях на многообразии при возмущении границы; 2. Дифференциальные операторы ассоциированные с секториальными формами в случае областей с произвольной границей; 3. Вариационные и краевые задачи в случае областей с гельдеровой границей.

Основные результаты диссертации:

1. Получены оценки модуля резольвентной непрерывности первой краевой задачи для оператора Лапласа–Бельтрами относительно малой (по метрике Хаусдорфа–Помпейю) вариации области в классе тех, граница которых локально представима в виде графика непрерывной функции (гл. 1).

2. Для широкого класса вариационных и краевых задач изучена взаимосвязь регулярности правых частей и гладкости решений в случае областей с гильдеровой границей. При этом краевые задачи рассматриваются в случае операторов с коэффициентами из пространств Бесова функций негативной гладкости (гл. 3).

3. Для операторов ассоциированных с секториальными формами и соответствующими краевыми задачами изучена связь резольвентной непрерывности таких задач и свойства повышенной гладкости их решений (гл. 2).

4. Предложен новый подход к установлению стабильности спектра операторов (гл. 1).

Результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и снабжены полными доказательствами. Основные результаты диссертации изложены в 4 статьях, 3 из которых опубликованы в научных журналах из списка ВАК. Апробация включает выступления с докладами на семинарах в Математическом институте РАН, МГУ, РУДН, и на 6 международных конференциях в 2014–2015 г.г.

Диссертация носит теоретический характер, а ее результаты могут найти применение в вопросах вариационного исчисления, математической физике и к прикладным задачам, а также в преподавательской работе, например, при чтении спецкурсов по приложениям функционального анализа. Как результаты представляемой диссертации, так и методы развитые для их получения могут оказаться полезными в исследованиях, использующих пертурбативные подходы и методы численного моделирования, проводимых в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, МГУ им. М.В. Ломоносова, РУДН, Санкт-Петербургском и Владимирском государственных университетах, Техническом университете им Н.Э. Баумана, НИУ ВШЭ и других математических центрах.

Вышеизложенное дает основание утверждать, что в диссертации И.В. Цылина «Функционально-аналитические подходы к вопросу о регулярности решений вариационных и краевых задач» решены актуальные, важные и трудные задачи функционального анализа и его приложений. Представленная работа удовлетворяет требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК и ее автор, Иван Вячеславович Цылин, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

15.02.2016



А.М. Степин
доктор физико-математических наук (01.01.01),
профессор кафедры теории функций и
функционального анализа МГУ
119992, г. Москва, ГСП-2, Ленинские горы,
Тел: +7(495)9393680 E-mail: ststepin@mail.ru

Подпись: Степин А.М.
Заведующий кафедрой теории функций и функционального анализа МГУ
кадровый отдел - Зеленецкая ул.,

