



ФАНО России
Федеральное государственное учреждение
«Федеральный исследовательский центр
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша
Российской академии наук»
(ИПМ им. М.В. Келдыша РАН)

125047, Москва, Миусская пл., 4 Тел. 8 (499) 972-37-14 Факс 8 (499) 972-07-37
http://keldysh.ru E-mail office@keldysh.ru
ОКПО 02699381 ОГРН 1037739115787 ИНН/КПП 7710063939/771001001

24.11.2016 № 11103- 9422 / 1079

На № _____



УТВЕРЖДАЮ
Директор Института
прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН
член-корреспондент РАН
А.И. Аптекарев

22 ноября 2016 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации о работе Садовничей Инны Викторовны «Вопросы
равносходимости для операторов Штурма–Лиувилля и Дирака»,
представленной в качестве диссертации на соискание ученой степени доктора
физико–математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный,
комплексный и функциональный анализ

В диссертационной работе Садовничей И.В. изучаются вопросы равносходимости спектральных разложений для обыкновенных дифференциальных операторов второго порядка на конечном отрезке и на всей прямой.

Задачи равносходимости спектральных разложений начали изучаться в начале прошлого века параллельно с задачами сходимости самих разложений. Данными вопросами занимались такие ученые, как В.А.Стеклов, Я.Д.Тамаркин, М.Стоун, Б.М.Левитан, В.А.Марченко. Несмотря на большое количество исследований по данной тематике, многие задачи, связанные с равносходимостью, остаются нерешенными и актуальными и сейчас. Исследования соискателя по данному вопросу вносят существенный вклад в развитие теории.

Объем диссертации составляет 204 страницы. Текст диссертации состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, содержащего 107 наименований.

Во введении обсуждается актуальность и научная новизна исследования, представлен исторический обзор по данной теме, изложены основные идеи и результаты работы, приведены сведения о публикациях по теме диссертации и о ее апробации, описана структура работы, изложено краткое содержание диссертации.

В первой главе рассматривается вопрос равносходимости с интегралом Фурье–Стилтьеса спектрального разложения, соответствующего самосопряженному расширению оператора Штурма–Лиувилля с равномерно локально суммируемым потенциалом. Доказательство теоремы о равносходимости опирается на результаты об асимптотике спектральной функции оператора. Следует отметить, что соискатель получает оценки, равномерные на всей числовой прямой, а не только на ее компактных подмножествах.

Вторая глава посвящена изучению оператора Штурма–Лиувилля на конечном отрезке с потенциалом — распределением и краевыми условиями Дирихле. Предполагается, что потенциал $q = u'$, где $u \in L_2[0, \pi]$ — комплекснозначная функция. Доказано, что для произвольной функции $f \in L_2[0, \pi]$ будет иметь место равномерная на всем отрезке равносходимость разложений в ряд по системе собственных и присоединенных функций оператора и по системе синусов (собственных функций невозмущенного оператора). Получены оценки скорости равносходимости в случае функции $f \in W_2^\theta[0, \pi]$, $\theta > 0$. Для произвольной функции $f \in L_1[0, \pi]$ доказана равносходимость для потенциалов вида $q = u'$, $u \in L_\infty[0, \pi]$ и удовлетворяет некоторым дополнительным условиям.

В третьей главе изучается равносходимость спектральных разложений в пространствах Соболева $W_2^\theta[0, \pi]$ и Гельдера $C^\theta[0, \pi]$. Рассмотрен случай, когда первообразная потенциала $u \in W_2^\theta[0, \pi]$, $0 < \theta < 1/2$, а раскладываемая функция $f \in L_2[0, \pi]$. Для равносходимости в пространствах Соболева получены оценки скорости равносходимости, равномерные по шару $u \in B_{\theta, R} = \{u : \|u\|_{W_2^\theta} \leq R\}$.

Четвертая глава посвящена вопросам равносходимости спектральных разложений для операторов Дирака $\mathcal{L}_{P,U}$ на конечном отрезке с потенциалом P и регулярными по Биркгофу краевыми условиями U . Доказано, что в случае $P \in L_\kappa[0, \pi]$, $\kappa \in (1, \infty]$, имеет место равносходимость по норме пространства $L_\nu[0, \pi]$, $\nu \in [1, \infty]$, для произвольной функции $f \in L_\mu[0, \pi]$, $\mu \in [1, \infty]$, если индексы κ , μ и ν удовлетворяют соотношению

$$1/\kappa + 1/\mu - 1/\nu \leq 1$$

(за исключением случая $\kappa = \nu = \infty$, $\mu = 1$). Ранее подобная теорема была доказана П. Джаковым и Б. С. Митягиным в частном случае $\kappa = \mu = 2$, $\nu = \infty$, и в предположении о том, что коэффициенты Фурье функции f суммируемы в квадрате с логарифмическим весом.

Для оператора Дирака с произвольными сильно регулярными краевыми условиями и потенциалом $P \in L_2[0, \pi]$, получена оценка скорости равносходимости по норме пространства $L_\infty[0, \pi]$ для случая $f \in W_2^\theta[0, \pi]$, $0 < \theta \leq 1$, удовлетворяющей краевым условиям.

Все результаты диссертации снабжены подробными и строгими математическими доказательствами.

Результаты диссертационной работы Садовничей И.В. являются новыми и получены автором самостоятельно. Все основные результаты диссертации опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК. Уровень публикаций автора является высоким. Диссертационная работа имеет большую теоретическую ценность.

Автореферат диссертации верно и полностью отражает ее содержание. Результаты диссертационной работы регулярно докладывались на различных научных семинарах и конференциях, в том числе международных.

Методы и результаты диссертационной работы могут быть использованы в спектральной теории обыкновенных дифференциальных операторов и систем, в том числе в работах по спектральным неравенствам для дифференциальных и дискретных операторов, проводимых в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, в теории полугрупп, а также при построении математических моделей различных прикладных задач. Часть результатов может быть включена в программу специальных курсов по спектральной теории для магистров и аспирантов.

Замечания. Диссертация Садовничей И.В. написана чисто и аккуратно. Пожалуй, есть одно замечание терминологического характера. А именно, на стр. 178 в последнем неравенстве использовалось (цитируем) “известное утверждение об ограниченности оператора типа Харди” со ссылкой на знаменитую книгу Г. Харди, Дж. Литтлвуда, Г. Полиа “Неравенства”. Однако, использованное неравенство есть неравенство Гильберта для билинейных форм в интегральном виде, о чем и говорится в этой книге. Разумеется, это замечание не влияет на высокую оценку диссертации.

Заключение. Диссертация Садовничей И.В. удовлетворяет требованиям п.9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» (№ 842 от 24.09.2013 г.) ВАК Министерства образования и науки Российской Федерации. Полученные соискателем результаты позволяют оценить диссертацию как существенный вклад в развитие спектральной теории обыкновенных дифференциальных операторов. Работа полностью соответствует специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ, а ее автор, Садовничая И.В., безусловно заслуживает присуждения ей ученой степени доктора физико-математических наук.

Доклад по диссертации “Равносходимость спектральных разложений для операторов Штурма-Лиувилля и Дирака” заслушан и обсужден 6 октября 2016г. на семинаре им. К.И. Бабенко ИПМ им. М.В.Келдыша РАН.

Отзыв ведущей организации обсужден и одобрен на заседании отдела №4 Института прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН 22 ноября 2016г.

Ведущий научный сотрудник отдела №4,
доктор физико-математических наук



А.А. Ильин