

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»

На правах рукописи



Курносов Никон Михайлович

**Числа Бетти и трианалитические
подмногообразия гиперкэлеровых
многообразий**

Специальность:

01.01.04 – Геометрия и топология

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2016

Работа выполнена на *факультете математики Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики».*

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ:

ВЕРБИЦКИЙ Михаил Сергеевич - Ph.D. (Harvard University), профессор факультета математики Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики».

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ:

ПАНИН Иван Александрович - доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, главный научный сотрудник Лаборатории алгебры и теории чисел Санкт-Петербургского отделения Федерального государственного бюджетного учреждения науки Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук (специальность 01.01.06).

ПАНОВ Тарас Евгеньевич - доктор физико-математических наук, профессор кафедры высшей геометрии и топологии механико-математического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова» (специальность – 01.01.04).

ВЕДУЩАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ:

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича Российской академии наук (ИППИ РАН).

Защита состоится 26 января 2017 года в 14:00 часов на заседании диссертационного совета Д 002.022.03 при Математическом Институте им. В.А. Стеклова Российской Академии Наук, расположенному по адресу: 119991, г. Москва, ул. Губкина, д. 8.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Математического института им. В.А. Стеклова Российской академии наук и на сайте МИАН по адресу: <http://www.mi.ras.ru/dis/ref16/kurnosov/dis.pdf>

Автореферат разослан __ ноября 2016 года. Отзывы и замечания по автореферату в двух экземплярах, заверенные печатью, просьба высылать по вышеуказанному адресу на имя учёного секретаря диссертационного совета.

Учёный секретарь

Диссертационного совета Д 002.022.03,
д.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник

 Королев М.А.

Общая характеристика работы

Актуальность темы

Данная работа посвящена изучению когомологий и абсолютно трианалитических подмногообразий гиперкэлеровых многообразий. Этим вопросы изучаются в большом числе работ, например, [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7] и многих других. Гиперкэлерово многообразие – это риманово многообразие с тройкой согласованных с метрикой комплексных структур, удовлетворяющих кватернионным соотношениям, кэлеровы формы которых замкнуты. Такие многообразия являются также голоморфно симплектическими, а обратное верно при условии кэлеровости [8]. Согласно теореме Богомолова [9] любое компактное гиперкэлерово многообразие покрывается произведением торов и гиперкэлеровых многообразий с максимальной голономией (простых). Общая теория гиперкэлеровых многообразий была разработана Богомоловым, Бовилем и Фуджики (см. [9–11]). Затем значительные результаты получили Хойбрехтс [12] и Вербицкий [13], доказавший, в частности, глобальную Теорему Торелли.

Понятие трианалитических и абсолютно трианалитических подмногообразий было введено Вербицким ([2]).

Определение. Пусть (M, I, J, K) является компактным голоморфно симплектическим кэлеровым многообразием и $Z \subset (M, I)$ комплексное подмногообразие, которое является комплексно-аналитическим по отношению к любой гиперкэлеровой структуре, совместимой с I . Тогда Z называется *абсолютно трианалитическим* подмногообразием.

Трианалитические подмногообразия всегда голоморфно симплектичны, потому что они гиперкэлеровы, достаточно общая деформация гиперкэлерова многообразия всегда неалгебраична, и все комплексные подмногообразия такого многообразия трианалитичны.

Вообще говоря, абсолютно трианалитические многообразия возникают как многообразия калибраций, и как графики в $M \times M$ для автоморфизмов гиперкэлеровых многообразий, действующих тривиально на вторых когомологиях. Группа таких автоморфизмов конечна [12]. Для схем Гильберта над $K3$ она тривиальна [12]. И была изучена в случае обобщённых многообразий Куммера Огизо ([14]), Буассье, Нипер-Вайскирхен и Сарти ([15]), и для

многообразий О'Грэди Монгарди и Ванделем ([16]).

Ранее Вербицкий, Каледин [1, 17, 18] доказали отсутствие абсолютно трианалитических подмногообразий в схемах Гильберта n точек на $K3$, а также заметили, что схема Гильберта является абсолютно трианалитическим подмногообразием в обобщённом многообразии Куммера. Считается, что других нетривиальных примеров абсолютно трианалитических подмногообразий для известных примеров простых гиперкэлеровых многообразий нет. Недавно Вербицкий и Солдатенков, используя k -симплектические структуры и их размерности, доказали отсутствие известных примеров гиперкэлеровых многообразий как абсолютно трианалитических подмногообразий в многообразиях О'Грэди [4]. В случае обобщённых многообразий Куммера их доказательство не работает, однако ранее Гинзбург и Каледин [19] показали, что абсолютно трианалитическими подмногообразиями в обобщённом многообразии Куммера могут быть только деформации разрешения особенностей для фактора тора по действию группы Вейля A_n, B_n, C_n . Тем не менее, вопрос наличия абсолютно трианалитических торов в обобщённом куммеровом многообразии долгое время был открытым.

В данный момент известно всего четыре примера простых гиперкэлеровых многообразий с точностью до деформационной эквивалентности. А именно, схемы Гильберта точек над $K3$, обобщённое многообразие Куммера [10] и два примера О'Грэди [20, 21]. В своё время Каледин, Лен, Зоргер в работе [22] показали, что для всех векторов Мукаи соответствующее пространство модулей полустабильных пучков ранга 2 на $K3$ или абелевой поверхности либо не имеет симплектического разрешения особенностей, либо, если оно есть, то полученное гиперкэлерово многообразие деформационно эквивалентно схеме Гильберта над $K3$ или спорадическим примерам О'Грэди. Бовиль сформулировал гипотезу [23]:

Гипотеза 1. *Существует только конечное число простых компактных гиперкэлеровых многообразий в каждой размерности с точностью до деформационной эквивалентности.*

Важным шагом в направлении доказательства этой гипотезы служат результаты, связанные с ограниченностью возможных чисел Бетти гиперкэлеровых многообразий.

Гуан в своей работе [5] доказал, что существует конечное число возмож-

ностей для наборов чисел Бетти для гиперкэлеровых многообразий в комплексной размерности четыре, в частности, второе число Бетти b_2 не превышает 23. Вычисления Гуана основываются на неравенстве, полученном Вербицким, который построил действие алгебры Ли $\mathfrak{so}(4, b_2 - 2)$ на когомологиях [24], и равенстве Саламона [25], являющимся следствием формулы Римана-Роха-Хирцебруха. Результаты Гуана не обобщаются напрямую в большие размерности. Однако, они тесно связаны с инвариантами Розанского-Виттена. Эти инварианты изучались в работах [7], [26] и определяются они как свёртка по всем рёбрам тривалентного графа с $2k$ вершинами двойственной голоморфно-симплектической формы и тензора, состоящего из произведения $2k$ -копий тензора кривизны. В работах Сейвона и Хитчина были подсчитаны инварианты для наиболее простых графов.

Сейвону [27] удалось получить точную оценку на второе число Бетти гиперкэлеровых многообразий в размерности шесть, используя результаты Вербицкого [24] и Луенги-Лунца [28]. В настоящей диссертации получены обобщения результатов Гуана и оценки на второе число Бетти в размерностях восемь и десять.

Цель работы

Цель работы состоит в доказательстве отсутствия абсолютно трианалитических торов в обобщённом многообразии Куммера. Также целью является обобщение результатов Гуана для гиперкэлеровых многообразий большей размерности и получении ограничений на числа Бетти гиперкэлеровых многообразий.

Методы исследования

В диссертации использованы методы комплексной алгебраической геометрии – разрешение особенностей, теория калибраций. Применяется теорема Каледина о разрешении симплектических особенностей для доказательства изогенности трианалитического тора компоненте торов в произведении.

Применяются инварианты Розанского-Виттена, для получения обобщения результатов Гуана используются формула Саламона и теоремы Вербицкого и Луенги-Лунца, а также результаты Сейвона о строении кольца когомологий гиперкэлеровых многообразий в размерности шесть.

Научная новизна

Утверждения 3.2.5, 3.3.3, 3.4.1, 3.4.4, 3.5.1, 4.3.1, 4.3.4, 4.3.5, 4.3.8 являются новыми. Основные результаты диссертации состоят в следующем:

- Получено неравенство на числа Бетти гиперкэлеровых многообразий в размерности шесть.
- Получены следствия основного неравенства, включающие конечность числа гиперкэлеровых многообразий в размерности шесть с $b_2 = 23$.
- Доказано отсутствие абсолютно трианалитических торов в обобщённом многообразии Куммера.

Теоретическая и практическая ценность

Диссертация имеет теоретический характер. Результаты диссертации могут быть полезны математикам, занимающимся комплексной алгебраической геометрией, гиперкэлеровой геометрией, изучающих многообразия Калаби-Яу.

Апробация результатов

Результаты диссертации докладывались на следующих научно-исследовательских семинарах:

- семинар Геометрические структуры на многообразиях;
- семинар Постникова;
- семинар Лаборатории Понселе, НМУ и сектора 4.1 ИППИ РАН;
- Доклад “Absolutely trianalytic tori in the generalized Kummer varieties”, MAGIC seminar, Imperial College, 28.09.2015.;
- Доклад “Betti numbers of hyperkahler manifolds”, Algebra/Algebraic Geometry seminar, University of Sheffield, 29.09.2015.;
- Доклад “Betti numbers of hyperkahler manifolds”, ULB Geometry seminar, ULB, Brussels, 10.11.2015.;
- Доклад “On the boundness of the second Betti number of hyperkähler manifolds”, Algebraic Geometry Seminar, NYU, 02.02.2016.;

Результаты диссертации докладывались на следующих конференциях:

1. Доклад “Connections on nilmanifolds”, Geometric structures on manifolds and their applications, Marburg, Germany, 1-7.07.2012.
2. Доклад “On the dynamics of codimension one holomorphic foliations with ample normal bundle”, Workshop on complex geometry and foliations, dedicated to the memory of Marco Brunella, September 17-21, 2012.
3. Доклад “Связности на нильмногообразиях”, Летняя школа-конференция по проблемам алгебраической геометрии и комплексного анализа, Ярославль, 20-25.05.2013.
4. Доклад “The second Betti number of hyperkähler manifolds”, The School “Carnival Differential Geometry” (Torino), 24-27.02.2014.
5. Доклад “The inequalities involving the Betti numbers of hyperkahler manifolds”, Геометрическая теория управления и анализ на метрических структурах, 3-8.08.2014.
6. Постер “Inequalities with Betti and Hodge numbers for hyperkaehler manifolds”, British Algebraic Geometry meeting (BrAG) (Warwick), 19-21.09.2014.
7. Постер “Trianalytic subvarieties in hyperkahler manifolds”, Hyperbolicity-2015, Ilhabela, Brazil, 5-15.01.2015.
8. Доклад “Absolutely trianalytic tori in the generalized Kummer variety”, Conference “Hyperkahler Saturday”, Moscow, Russia, 23.05.2015.
9. Доклад “Absolutely trianalytic tori in the generalized Kummer variety”, V школа-конференция по алгебраической геометрии и комплексному анализу для молодых математиков России, 17-22.08.2015.
10. Доклад “The second Betti number of hyperkahler manifolds”, Conference “Workshop on almost hermitian and contact geometry”, Bedlewo, Poland, 18.10.-24.10.2015.
11. Постер “Cohomology and subvarieties of hyperkähler manifolds”, BrAG, Edinburgh, 13-17 April, 2016.
12. Доклады “Inequalities involving Betti numbers of hyperkähler manifolds” and “Trianalytic subvarieties”, miniPAGES Semester, Warsaw, May, 2016.
13. Доклад “Ограничения на когомологии гиперкэлеровых многообразий”, VI Международная конференция по алгебраической геометрии, комплексному анализу и компьютерной алгебре, Коряжма, 03-09.08.2016.

Публикации

Результаты диссертации опубликованы в 5 работах (в т.ч. 2 – в изданиях, входящих в перечень ВАК), список которых приведен в конце автореферата.

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из четырёх глав и списка литературы. Полный объём диссертации – 78 страниц, список литературы состоит из 75 наименований.

Краткое содержание работы

Первая глава — введение. В ней формулируются основные вопросы, изучаемые в этой работе, даётся общий обзор хода доказательства, обозначаются перспективы дальнейших исследований, вводятся используемые обозначения.

Во второй главе приведены необходимые определения и предварительные сведения о гиперкэлеровых многообразиях и их когомологиях, абсолютно трианалитических подмногообразиях, инвариантах Розанского-Виттена.

Третья глава диссертации посвящена ограничениям на числа Бетти гиперкэлеровых многообразий.

В размерности четыре ограничения на числа Бетти удалось получить Гуану в [5, 6]. Важной задачей является получение ограничений на числа Бетти в больших размерностях.

В данной диссертации исследуется задача, как можно обобщить теорему Гуана на размерность шесть и выше. На данный вопрос даётся следующий ответ:

Теорема. Пусть M – шестимерное гиперкэлерово многообразие. Тогда

$$97 + \frac{37}{2}b_3 - \frac{19}{2}b_4 - \frac{b_5}{2} + \frac{23}{2}h^{2,2} \leq \frac{38b_2^2 - 1030b_2 + 7572}{b_2 + 1}. \quad (1)$$

Доказательство этой теоремы основано на инвариантах Розанского-Виттена ([7]), при этом результат Гуана также оказывается следствием неравенств на инварианты Розанского-Виттена:

Лемма. Пусть M – неприводимое гиперкэлеровое многообразие комплексной размерности $2n$. Тогда

$$-b_{\Theta^k} \leq (b_2 + 2(k-1))b_{\Theta^{k-2}\Theta_2}. \quad (2)$$

Доказанное неравенство вместе с недавними результатами Сейвона [27] позволяет получить ограничения на числа Бетти многообразия О’Грэди, а также доказать конечность числа возможных наборов чисел Бетти для гиперкэлеровых многообразий в размерности шесть для некоторых значений $b_2 \leq 23$. В частности, для фиксированного $b_2 = 23$ у нас имеется конечное число возможностей. При этом актуальным остаётся вопрос, могут ли быть деформационно неэквивалентные схеме Гильберта многообразия с $b_2 = 23$.

В четвёртой главе мы изучаем абсолютно трианалитические торы в обобщённом многообразии Куммера.

Рассмотрим гиперкэлеровое многообразие (M, I, J, K) . Любое трианалитическое подмногообразие гиперкэлерового многообразия $Z \rightarrow M$ имеет гладкую гиперкэлерову нормализацию \tilde{Z} в M ; эта иммерсия в общей точке биективна на образ. Тем самым, естественным является вопрос, какие абсолютно трианалитические подмногообразия могут содержаться в известных примерах простых гиперкэлеровых многообразий.

Вербицкий доказал, что любая деформация схемы Гильберта $K3$ поверхности не содержит комплексных подмногообразий [17]. Аналогичное утверждение предполагалось Калединым и Вербицким и в случае обобщённой поверхности Куммера [1]. Однако, затем они ([29]) обнаружили контрпример, действительно, рассмотрим инволюцию $\nu : t \rightarrow -t$, действующую на торе. Эта инволюция может быть продолжена до инволюции схемы Гильберта тора $T^{[n+1]}$, и, так как она коммутирует с отображением Альбанезе $T^{[n+1]} \rightarrow T$, то ν сохраняет обобщённое многообразие Куммера $K_n(T)$. Замыкание множества пар неподвижных точек деформационно эквивалентно схеме Гильберта. Случай многообразий О’Грэди рассмотрен в [4].

Теорема. [4] Пусть M является гиперкэлеровым многообразием максимальной голономии, T – гиперкэлеров тор, и $T \rightarrow M$ гиперкэлерова иммерсия с абсолютно трианалитическим образом. Тогда

$$\dim_{\mathbb{C}}(T) \geq 2^{\frac{b_2(M)-1}{2}},$$

где $b_2(M)$ – второе число Бетти.

Это позволяет доказать, что в многообразиях О’Грэди нет абсолютно трианалитических торов. Также из соображений размерности вторых когомологий следует отсутствие известных простых гиперкэлеровых многообразий в качестве абсолютно трианалитических подмногообразий многообразия О’Грэди M_{10} [4].

Согласно следующей теореме [30] трианалитические многообразия связаны с теорией калибраций.

Теорема. Пусть (M, I, J, K, g) – гиперкэлерово многообразие, $\omega_I, \omega_J, \omega_K$ соответствующие симплектические формы и $\Theta_p := \frac{(\omega_I^2 + \omega_J^2 + \omega_K^2)^p}{c_p}$ стандартная $SU(2)$ -инвариантная $4p$ -форма, нормированная константой $c_p = \sum_{k=1}^p \frac{(p!)^2}{(k!)^2} (2k)! 4^{p-k}$. Тогда Θ_p калибрация и её грани это p -мерные кватернионные подпространства TM . Кроме того, форма $\Xi_p := \frac{(\omega_J^2 + \omega_K^2)^p}{(p!)^2 4^p}$ также калибрация с теми же гранями.

Подмногообразия, калибруемые формой Θ_p называются **трианалитическими подмногообразиями**.

В настоящей диссертации исследуется вопрос наличия абсолютно трианалитических торов в многообразии Куммера. Выясняется, что таких торов там нет

Теорема (Основная теорема). Пусть $K_n(T)$ – обобщённое многообразие Куммера, и $Z \subset K_n(T)$ абсолютно трианалитическое многообразие. Тогда Z не является тором.

Вместе с результатами предыдущих исследователей она позволяет сказать, что в известных примерах гиперкэлеровых многообразий нет абсолютно трианалитических торов. Таким образом, в этой части классификация завершена. Если рассматривать только известные деформационные типы гиперкэлеровых многообразий, то открытым остаётся вопрос существования абсолютно трианалитических подмногообразий деформационного типа M_{10} в обобщённом многообразии Куммера, а также схем Гильберта n точек на $K3$ в многообразии О’Грэди M_6 .

Для доказательства основного результата мы рассматриваем образ $\pi(Z)$ трианалитического тора в симметрической степени тора (общего) и соответствующий прообраз $\tau^{-1}(\pi(Z))$ в T^n .

$$\begin{array}{ccccc}
Z & \longrightarrow & \pi(Z) & \longleftarrow & \tau^{-1}(\pi(Z)) \\
\downarrow & \searrow & \downarrow & & \downarrow \\
T^{[n]} & \xrightarrow{\pi} & T^{(n)} & \xleftarrow{\tau} & T^n,
\end{array}$$

где $T^{[n]}$ – схема Гильберта n точек тора, $T^{(n)}$ – симметрическая степень тора, отображение π это отображение Гильберта-Чжоу, τ отображение факторизации $T^n \rightarrow T^{(n)}$, и квадрат декартов.

Было доказано, что отображения $\tau : \tau^{-1}(\pi(Z)) \rightarrow \pi(Z)$ и $\pi : Z \rightarrow \pi(Z)$ конечны в общей точке, для второго отображения это следует из результатов Каледина о разрешении симплектических особенностей [31]. Поскольку отображения τ и π конечности, то, в частности, абсолютно трианалитический тор Z и произвольная компонента в $\tau^{-1}(\pi(Z))$ изогенны.

Предложение 2. Пусть $Z \subset T^{[n]}$ – абсолютно трианалитический тор в обобщённом многообразии Куммера. Рассмотрим диаграмму

$$\begin{array}{ccc}
& \tilde{Z} & \\
& \swarrow & \searrow \\
Z & & \tau^{-1}(\pi(Z)) \\
& \searrow & \swarrow \\
& \pi(Z) &
\end{array}$$

где \tilde{Z} – расслоенное произведение Z и $\tau^{-1}(\pi(Z))$. Тогда Z и любая компонента $\tau^{-1}(\pi(Z))$ изогенные торы.

Из этого предложения следует, что группа Пикара любой неприводимой компоненты $\tau^{-1}(\pi(Z))$ равна 0. Далее, используя теорию калибраций, были подсчитаны симплектический и кэлеров объёмы для исходного тора Z и для подтора $\tau^{-1}(\pi(Z))$ в T^n . Отношения этих объёмов из-за гиперкэлерового условия должны быть равны, однако, в нашем случае, это оказывается не так, что приводит к противоречию.

Благодарности

Автор выражает благодарность своему научному руководителю М. Вербицкому, без внимания и неоценимой помощи которого эта диссертация не

могла быть написана. Также автор выражает благодарность за обсуждения результатов работы Ф. Богомолу, С. Галкину, В. Жгуну, Д. Каледину, А. Солдатенкову.

Работа была выполнена при поддержке Лаборатории Алгебраической Геометрии и ее приложений НИУ-ВШЭ в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации “5-100” и гранта правительства РФ дог. 11.G34.31.0023, гранта РНФ (соглашение 14-21-00052 от 11.08.14). Автор поддержан грантом Фонда Саймонса (2013), грантом “Молодая математика России” (2016) и грантом МК-1297.2014.1 (соисполнитель).

Также автор признателен всем близким и друзьям за поддержку во время работы над диссертацией.

Список публикаций автора по теме диссертации

- [Ku1] Курносов Н.М., “О неравенстве для чисел Бетти гиперкэлеровых многообразий размерности шесть” // *Матем. Заметки*, **99**:2 (2016), 309–313. *An inequality for Betti numbers of hyper-Kähler manifolds of dimension 6* // *Mathematical Notes.*, **99**, 1, pp. 330-334, 2016.
- [Ku2] Kurnosov N., *Absolutely trianalytic tori in the generalized Kummer variety*, *Advances in Mathematics*, **298**, 6, pp. 473-483, 2016.
- [Ku3] Kurnosov N., *Boundness of b_2 for hyperkähler manifolds with vanishing odd-Betti numbers*. Preprint [arXiv:1511.02838v2](https://arxiv.org/abs/1511.02838v2) [math.AG].
- [Ku4] Курносов Н.М., Доклад “*Absolutely trianalytic tori in the generalized Kummer variety*”, V Школа-конференция по алгебраической геометрии и комплексному анализу для молодых математиков России, Коряжма, 17-22.08.2015.
- [Ku5] Курносов Н.М., Доклад “*Ограничения на когомологии гиперкэлеровых многообразий*”, VI Международная конференция по алгебраической геометрии, комплексному анализу и компьютерной алгебре, Коряжма, 03-09.08.2016.

Цитированная литература

- [1] Kaledin D., Verbitsky M., *Trianalytic subvarieties of generalized Kummer varieties*, *Internat. Math. Res. Notices*, **9**, pp. 439–461, 1998. Preprint [arXiv:9801038](https://arxiv.org/abs/9801038) [math.AG].
- [2] Verbitsky M., *Hyperkähler and holomorphic symplectic geometry I*, *Journ. of Alg. Geom.*, **5**, no. 3, pp. 401-415, 1996. Preprint [arXiv:9307009](https://arxiv.org/abs/9307009) [math.AG].
- [3] Verbitsky M., *Trianalytic subvarieties of hyperkaehler manifolds*, *GAFSA*, **5**, no. 1, pp. 92-104, 1995. Preprint [arXiv:9403006](https://arxiv.org/abs/9403006) [math.AG].
- [4] Soldatenkov A., Verbitsky M., *k-symplectic structures and absolutely trianalytic subvarieties*, *J. of Geometry and Physics*, **92**, pp. 147–156, 2015. Preprint [arXiv:1409.1100v2](https://arxiv.org/abs/1409.1100v2) [math.AG].
- [5] Guan G., *On the Betti numbers of irreducible compact hyperkähler manifolds of complex dimension four*, *Math. Res. Lett.*, **8**, 5-6, pp 663-669, 2001.
- [6] Guan D., *On representation theory and the cohomology rings of irreducible compact hyperkähler manifolds of complex dimension four*, *Cent. Eur. J. of Math.*, **1**, 4, pp 661–669, 2003.
- [7] Hitchin N., Sawon J., *Curvature and Characteristic Numbers of Hyperkähler Manifolds*, *Duke Math. J.*, **106**(3), pp. 599-615, 2001. Preprint version, [arXiv:math/9908114v1](https://arxiv.org/abs/math/9908114v1)
- [8] Yau S.T., *On the Ricci curvature of a compact Kähler manifold a and the complex Monge-Ampere equation I.*, *Comm. on Pure and Appl. Math.*, **3**, pp. 339-411, 1978.
- [9] Bogomolov F.A., *On the decomposition of Kähler manifolds with trivial canonical class*, *Math. USSR-Sb.* **22**, pp. 580 - 583, 1974.
- [10] Beauville A., *Varieties Kahleriennes dont la première classe de Chern est nulle*, *J. Diff. Geom.*, **18**, pp. 755-782, 1983.
- [11] Fujiki A., *On the de Rham cohomology group of a compact Kähler symplectic manifold*, *Adv. St. Pure Math*, **10**, pp. 105-165, 1987.
- [12] Huybrechts D., *Finiteness results for hyperkähler manifolds*, preprint [arXiv:0109024](https://arxiv.org/abs/0109024) [math.AG].
- [13] Verbitsky M., *A global Torelli theorem for hyperkahler manifolds*, *Duke Math. J.*, **162**, 15, pp. 2929-2986, 2013.
- [14] Oguiso K., *No cohomologically trivial non-trivial automorphism of generalized Kummer manifolds*, Preprint [arXiv:1208.3750v3](https://arxiv.org/abs/1208.3750v3) [math.AG].

- [15] Boissiere S., Nieper-Wisskirchen M., Sarti A., *Higher dimensional Enriques varieties and automorphisms of generalized Kummer varieties*, *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, vol. **95**, 5, pp. 553-563, 2011. Preprint [arXiv:1001.4728v3](#) [math.AG].
- [16] Mongardi G., Wandel M., *Automorphisms of O'Grady's Manifolds Acting Trivially on Cohomology*, Preprint [arXiv:1411.0759](#) [math.AG].
- [17] Verbitsky M., *Trianalytic subvarieties of the Hilbert scheme of points on a K3 surface*, *GAFSA*, **8**, pp. 732-782, 1998. Preprint [arXiv:9705004](#) [math.AG].
- [18] Kaledin D., Verbitsky M., *Hyperkähler manifolds*, International Press, Boston, 2001.
- [19] Ginzburg V., Kaledin D., *Poisson deformations of symplectic quotient singularities*, *Adv. Math.*, **186**, no. 1, 1-57, 2004.
- [20] O'Grady K.G., *Desingularized moduli spaces of sheaves on a K3*, *J. für die reine und angew. Math.*, **512**, pp. 49-117, 1999. Preprint [arXiv:9708009v2](#) [math.AG].
- [21] O'Grady K.G., *A new six-dimensional irreducible symplectic variety*, *J. Algebraic Geom.*, **12**, pp. 435-505, 2003.
- [22] Kaledin D., Lehn M., Sorger C., *Singular symplectic moduli spaces*, *Invent. Math.*, **164**, no. 3, pp. 591-614, 2006.
- [23] Beauville A., *Holomorphic symplectic geometry: a problem list*. Preprint, [arXiv:1002.4321v1](#) [math.AG].
- [24] M. Verbitsky, *Action of the Lie algebra $SO(5)$ on the cohomology of a hyperkähler manifold*, *Functional Analysis and Its Applications*, **24**:3 (1990), pp. 229-230.
- [25] Salamon S., *On the cohomology of Kähler and hyperkähler manifolds*, *Topology*, **35**, pp. 137-155, 1996.
- [26] Sawon J., *Rozansky-Witten Invariants of Hyperkähler Manifolds*, PhD thesis University of Cambridge, 1999.
- [27] Sawon J., *A bound on the second Betti number of hyperkähler manifolds of complex dimension six*, Preprint [arXiv:1511.09105](#) [math.AG].
- [28] Looijenga E., Lunts V., *A Lie algebra attached to a projective variety*, *Invent. math.*, **129**, pp. 361-412, 1997.
- [29] Kaledin D., Verbitsky M., *Partial resolutions of Hilbert type, Dynkin diagrams, and generalized Kummer varieties*. Preprint [arXiv:9812078](#) [math.AG].
- [30] Grantcharov G., Verbitsky M., *Calibrations in hyperkähler geometry. Calibrations in hyperkähler geometry*, *Commun. Contemp. Math.*, **15**, 1250060, 2013. Preprint [arXiv:1009.1178](#) [math.AG].
- [31] Kaledin D., *Symplectic singularities from the Poisson point of view*, *Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelles Journal)*, **600**, pp. 135-156, 2006. Preprint [arXiv:0310186v4](#) [math.AG].

Научное издание

Курносов Никон Михайлович

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук по теме:
Числа Бетти и трианалитические подмногообразия
гиперкэлеровых многообразий

Лицензия ЛР №020832 от «15» октября 1993 г.

Подписано в печать «20» октября 2016 г. Формат 60x84/16

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1.

Тираж 120 экз. Заказ № . Типография издательства НИУ ВШЭ,
125319, г. Москва, Кочновский пр-д., д. 3.