

# ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Штейникова Юрия Николаевича  
«Тригонометрические суммы по подгруппам и задача делимости  
частных Ферма»,

представленную на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук по специальности 01.01.06 –  
математическая логика, алгебра и теория чисел

Диссертация Юрия Николаевича Штейникова посвящена исследованию задач аналитической и аддитивной теории чисел. В диссертации исследуются как классические задачи оценки тригонометрических сумм, восходящие к К. Гауссу, Г. Г. Харди и Дж. Е. Литтлвуду, так и возникшие сравнительно недавно вопросы аддитивной комбинаторики.

В первой главе диссертации получена новая верхняя оценка тригонометрической суммы  $S(a, \Gamma)$ :

$$S(a, \Gamma) = \sum_{x \in \Gamma} e^{\frac{2\pi i a x}{p}}$$

по подгруппе  $\Gamma \subset \mathbb{F}_p^*$  мультипликативной группы простого конечного поля. Полученная диссертантом оценка улучшает известную ранее для подгрупп, размер которых принадлежит некоторому интервалу.

Описанный результат получен в качестве приложения новой оценки величины  $T_3(\Gamma)$ , числа решений уравнения

$$x_1 + x_2 + x_3 = y_1 + y_2 + y_3$$

в  $\mathbb{F}_p$ , принадлежащих некоторой подгруппе  $\Gamma$  мультипликативной группы  $\mathbb{F}_p^*$ . Оценки величин  $T_k(\Gamma)$  были получены С.В. Конягиным. Эти оценки находят важные приложения и поэтому активно изучаются в аддитивной комбинаторике. Ю.Н. Штейникову удалось улучшить оценку для  $T_3(\Gamma)$ , искусственно применив целую комбинацию методов разработанных С.А. Степановым, С.В. Конягиным и И.Д. Шкредовым. Это является некоторой удачей, так как данная комбинация методов дала наилучшую оценку именно для величины  $T_3(\Gamma)$ , но не для других величин  $T_k(\Gamma)$ . Наилучшую оценку для величины  $T_2(\Gamma)$  получил И.Д. Шкредов.

Вторая глава посвящена оценке мощности подмножества интервала  $[1, N] \subset \mathbb{N}$ , состоящего из чисел, вычеты которых по модулям  $p_1$  и  $p_2$  принадлежат некоторым множествам  $G_1$  и  $G_2$ , соответственно. Теорема 2.1 дает оценку мощности такого множества в начальном отрезке натурального ряда. Задачи такого рода возникают в криптографии и в задачах делимости частных Ферма, которые рассматриваются в четвертой главе диссертации.

В третьей главе исследуются плотности подмножеств начального отрезка натурального ряда, замкнутых относительно умножения. Найдены оценки плотностей таких множеств в любом отрезке  $[1, x] \subset \mathbb{N}$ .

В четвертой главе изучается вопрос делимости частных Ферма. Получена верхняя, выполненная для почти всех простых  $p$ , оценка наименьшего  $a$ , для которого его частное Ферма  $q_p(a) = \frac{a^{p-1}-1}{p}$  не делится на  $p$ .

Диссертация Ю.Н. Штейникова представляет собой весьма солидное и содержательное исследование, содержащее несколько результатов, улучшающих оценки, полученные ранее известными математиками. Круг методов, которые использовал диссертант достаточно обширен. Видно, что автор овладел всеми необходимыми для исследования данных задач методами аддитивной комбинаторики и способен их искусственно применять.

Хочется отметить, что работа, несмотря на не очень большой объем, около 60 страниц, производит весьма внушительное впечатление. Это происходит в том числе и потому, что практически весь объем занимают новые результаты и их доказательства. Введение очень короткое, и вводные части к каждой главе занимают не более страницы. Кроме этого, сам язык аддитивной комбинаторики не требует длинных объяснений и позволяет писать достаточно компактно.

Из недостатков работы я должен отметить, что имеется некоторое количество опечаток, разбросанных по тексту, которые правда не затрудняют понимание работы и не умаляют ее значимости.

Так можно отметить некоторые замечания по формулам: на странице 13, во второй строчке с конца следует написать " $i > i_0$ " вместо " $i \geq i_0$ ", на странице 41 в формулировке теоремы 3.2 говорится о неравенстве, а приведено равенство, хотя и понятно, что имелось в виду.

Автореферат диссертации верно отражает ее содержание. Результаты снабжены строгими доказательствами, своевременно опубликованы в центральных российских математических журналах, рекомендованных ВАК.

Диссертация удовлетворяет всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Штейников Юрий Николаевич несомненно заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 - математическая логика, алгебра и теория чисел.

Кандидат физико-математических наук (01.01.02),  
старший научный сотрудник лаборатории №4 ИППИ РАН,  
127051, г. Москва, Большой Каретный переулок, д.19 стр. 1.,  
тел. +7(903)970-10-85, email: vyugin@gmail.com.

И.В. Вьюгин

8 декабря 2015 г.



2

