Математический институт им. В. А. Стеклова
Российской академии наук

На правах рукописи

Фонарёв Антон Вячеславович

Строение производных категорий грассманианов

01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2014

Работа выполнена в отделе алгебраической геометрии Математического института им. В. А. Стеклова Российской академии наук.

Научный руководитель:	д. ф.-м. н., в. н. с. отдела алгебраической геометрии Математического института им. В. А. Стеклова РАН Кузнецов Александр Геннадьевич
Официальные оппоненты:	д. ф.-м. н., член-корр. РАН, г. н. с. лаборатории алгебры и теории чисел ФГБУН Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова РАН Панин Иван Александрович
	к. ф.-м. н., доцент кафедры высшей алгебры Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова Тимашёв Дмитрий Андреевич
Ведущая организация:	ФГБУН Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН

Защита состоится 26 декабря 2014 г. в $14^{\underline{00}}$ часов на заседании диссертационного совета Д.002.022.03 при МИАН, по адресу: 119991, Москва, ул. Губкина, д. 8, конференц-зал (9 этаж).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МИАН по адресу: 119991, Москва, ул. Губкина, д. 8, 8 этаж, а также на сайте `http://www.mi.ras.ru/dis/ref14/fonarev/fonarev_dis.pdf`.

Автореферат разослан «____» ____________ 2014 г.

Ученый секретарь диссертационного
совета Д.002.022.03 при МИАН,
доктор физико-математических наук И. Д. Шкредов

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. Данная работа посвящена исследованию строения производных категорий грассманианов. Многообразия Грассмана — один из важнейших объектов классических объектов геометрии. В частности, они позволяют перенести вопросы линейной алгебры в геометрический мир: грассманиан $\mathsf{Gr}(k, V)$ параметризует k-мерные подпространства в фиксированном векторном пространстве V. На $\mathsf{Gr}(k, V)$ можно ввести различные геометрические структуры: топологического пространства, гладкого компактного дифференцируемого многообразия, гладкого проективного алгебраического многообразия. Мы будем придерживаться алгебро-геометрического взгляда.

В начале второй половины XX века, с появлением гомологической алгебры, появилась необходимость дать удобное описание мира, в котором живут производные функторы, в частности, когомологии векторных расслоений. Так, благодаря А. Гротендику и его школе, появилось понятие *производной категории*, окончательно сформировавшееся в диссертации Ж.-Л. Вердье, которая была опубликована лишь 30 лет спустя [24]. Изначально производные категории были нужны Гротендику для того, чтобы сформулировать далеко идущее обобщение двойственности Серра, но за следующие несколько десятилетий они проникли во многие другие области математики. Стоит упомянуть школу М. Сато, которая именно в терминах производных категорий построила теорию D-модулей и микролокального анализа (хороший обзор имеется в книге [15]).

Долгое время производные категории когерентных пучков на алгебраических многообразиях были объектами исключительно гомологической природы. Одним из основополагающих результатов в области строения производых категорий стал результат А. Бейлинсона, которому удалось дать явное описание ограниченной производной категории когереных пучков на проективном пространстве (см. [3]). Через несколько лет М. Капранов в работе [5] обобщил описание Бейлинсона на случай грассманианов. Поиск естественных структур в производных категориях привел к появлению таких понятий, как *исключительный набор* и *полуортогональное разложение,* которые позволяют описать строение прозводной (более общо, триангулированной) категории в терминах меньших компонент (см., например, [4, 14]). В этих новых терминах результаты Бейлинсона и Капранова состоят в построении полных исключительных наборов на проективных пространствах и грассманианах соответственно.

Очередным толчком к изучению производных категорий алгебраических многообразий послужило замечательное открытие, принадлежащее А. Бондалу и Д. Орлову: оказалось, что производная категория «помнит геометрию». Было доказано, что алгебраическое многообразие с обильным или антиобильным каноническим классом полностью определяется своей производной категорией (см. [12, 13]). Примерно тогда же производные категории когерентных пучков стали центральным объектом в гипотезе о гомологической зеркальной двойственности, математическом обобщении физического феномена, предложенном М. Концевичем на международном математическом конгрессе, проходившем в 1994 году в Цюрихе (см. [17]). Так вопрос изучения строения производных категорий стал одним из центральных в современной алгебраической геометрии.

Другой сюжет алгебраической геометрии, прочно связанный с производными категориями, — это теория гомологической зеркальной двойственности, предложенная А. Кузнецовым в качестве категорного аналога классической проективной двойственности (см. [18]). Данная теория позволяет делать утверждения о строении производных категорий линейных сечений алгебраических многообразий. Необходимым ингридиентом гомологической проективной двойственности являются полуортогональные разложения особого вида, называемые *лефшецевыми,* которые также тесно связаны с вопросами построения категорных разрешений особенностей алгебраических многообразий (см. [20]).

Данная работа посвящена изучению строения производных категорий грассманианов: построению исключительных расслоений, полных исключительных наборов и лефшецевых разложений. Несмотря на то, что некоторые полные исключительные наборы в производных категориях грассманианов уже были построены Капрановым, вопрос построения других наборов остается актуальным. Исключительные наборы являются, в первую очередь, вычислительным инструментом, и различные наборы обладают своими достоинствами и недостатками в зависимости от решаемой задачи. Кроме того, ожидается, что построение новых наборов прольет свет на строение производных категорий других однородных пространств. Теория гомологической проективной двойственности остается очень молодой, и нахождение примеров лефшецевых разложений является первостепенным для ее развития.

Полные исключительный наборы в производных категориях алгебраических многообразий были построены, например, для некоторых рациональных однородных пространств (см. [9, 19, 22, 23] и др.), на гладких торических многообразиях ([16]), поверхностях дель Пеццо ([8]), некоторых трехмерных многообразиях Фано ([6, 7]). Вопросы построения (минимальных) лефшецевых разложений остаются малоизученными (см. [18, 19]).

Степень разработанности темы исследования. Вопрос построения полного исключительного набора в ограниченной производной категории когерентных пучков на грассманиане был рассмотрен Капрановым в работе [5]. Вопрос построения лефшецевых разложений ограниченной производной категории когерентных пучков на грассманиане $\mathsf{Gr}(k, V)$ был рассмотрен в частном случае $k = 2$ Кузнецовым в работе [19].

Цели и задачи диссертационной работы: Изучение структуры ограниченных производных категорий когерентных пучков на многообразиях Грассмана. В частности, построение эквивариантных исключительных векторных расслоений, полных исключительных наборов и лефшецевых разложений.

Научная новизна. Полученные результаты являются новыми и получены автором самостоятельно.

Теоретическая и практическая значимость. Работа носит теоретический характер. Результаты, изложенные в диссертации, могут быть использованы специалистами в области алгебраической геометрии, теории представлений и комбинаторики, а также могут найти приложение в современной теоретической физике, в частности, вопросах, касающихся гипотезы о гомологической зеркальной симметрии.

Методология и методы исследования. В работе используются методы алгебраической геометрии, гомологической алгебры, теории производных категорий, теории представлений и комбинаторики.

Положения, выносимые на защиту: На защиту выносятся следующие результаты:

- построен новый класс исключительных эквивариантных векторных расслоений на грассманианах;
- построен новый класс точных последовательностей эквивариантных векторных расслоений на грассманианах;
- доказана гипотеза Кузнецова–Полищука о существовании некоторых полуортогональных разложений ограниченной производной категории когерентных пучков на грассманиане;
- построены два лефшецевых разложения в ограниченной производной категории когерентных пучков на грассманиане $\mathsf{Gr}(k, n)$, доказана полнота одного из них в общем случае, доказана полнота и минимальность другого в случае взаимно простых k и n.

Степень достоверности и апробация результатов. Основные результаты диссертации докладывались на следующих международных семинарах и конференциях:

- международная конференция «Связь теории струн с калибровочными теориями и проблемы модулей бран», Москва, 10–14 сентября 2012 г.

- семинар «Valley Geometry Seminar», University of Massachusetts, Амхерст, США, 25 января 2013 г.

- семинар «Weekly talk», Simons Center for Geometry and Physics, Стони Брук, США, 29 января 2013 г.

- семинар «Representation theory and related topics», Northeastern University, Бостон, США, 1 февраля 2013 г.

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в двух печатных работах [10, 11], которые являются статьями в рецензируемых научных журналах.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав и библиографии. Общий объем диссертации составляет 83 страницы. Библиография включает 32 наименования.

Краткое содержание работы

Во **введении** дан краткий очерк истории изучения производных категорий в алгебраической геометрии, обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, представлены выносимые на защиту научные положения.

Первая глава носит вводный характер. В разделе 1.1 приводятся необходимые определения, касающиеся вопросов строения триангулированных категорий. В частности, даются определения исключительного объекта, исключительного набора, двойственного исключительного набора, полуортогонального разложения. Обсуждается вопрос построения и полноты исключительных наборов в производной категории алгебраического многообразия. Раздел 1.2 посвящен комбинаторике диаграмм Юнга с различными свойствами и операциям на них. Определяются необходимые в дальнейшем множества диаграмм специального вида, некоторые групповые действия на этих множествах (важными являются операции подкрутки $\lambda(t)$ и сдвига $\lambda\{t\}$), а также операция *ленточного обрезания.* В разделе 1.3 приводятся необходимые сведения о (косых) функторах Шура. Далее, в разделе 1.4 описывается конструкция грассманианов как рациональных однородных пространств общих линейных групп, а также приводятся необходимые варианты теоремы Бореля–Ботта–Вейля, которая послужит основным вычислительным инструментом для вычисления когомологий и прямых образов эквивариантных пучков на грассманианах и многообразиях частичных флагов. В разделе 1.5 дается описание полных исключительных наборов на грассманианах, построенных Капрановым.

Вторая глава посвящена построению исключительных эквивариантных векторных расслоений на грассманиане $X = \mathsf{Gr}(k, V)$. Пусть $n = \dim V$, $\mathrm{Y}_{w,h}$ — множество диаграмм Юнга, вписанных в прямоугольник размера $w \times h$. Для пары целых чисел $0 < w < n-k$ и $0 < h < k$ мы определяем *блок* $\mathrm{B}_{w,h}$ как множество пар диаграмм (λ, μ), вписанных в прямоугольники размера $w \times h$ и $(k-h) \times (n-k-w)$ соответственно

$$\mathrm{B}_{w,h} = \mathrm{Y}_{w,h} \times \mathrm{Y}_{k-h,n-k-w}.$$

По каждой паре $(\lambda, \mu) \in \mathrm{B}_{w,h}$ мы строим расслоение $\mathcal{E}^{\lambda,\mu}$ на X как прямой образ с $Z = \mathsf{Fl}(k-h, k; V)$ расслоения $(\mathcal{U}/\mathcal{W})^{\lambda} \otimes (V/\mathcal{W})^{-\mu}$ (в Лемме 2.0.3 проверятся, что высшие прямые образы зануляются)

$$\mathcal{E}^{\lambda,\mu} = p_* \left((\mathcal{U}/\mathcal{W})^{\lambda} \otimes (V/\mathcal{W})^{-\mu} \right).$$

Здесь $p : Z \to X$ — естественная проекция, а расслоения $\mathcal{W} \subset \mathcal{U} \subset V \otimes \mathcal{O}_Z$ образуют универсальный флаг на Z.

Основаная цель данной главы состоит в том, чтобы показать что расслоения $\mathcal{E}^{\lambda,\mu}$ исключительные и не зависят от выбора блока, которому принадлежит пара (λ, μ).

В Предложениях 2.0.5 и 2.0.7 содержатся необходимые когомологические вычисления. В качестве первого следствия удается дать независимое от выбора блока описание расслоений $\mathcal{E}^{\lambda,\mu}$ как двойственного набора в эквивариантной производной категории.

Следствие 2.0.9. *Пусть* $(\lambda,\mu) \in \mathrm{B}_{w,h}$. *Тогда в эквивариантной категории* $D^b_{\mathsf{G}}(X)$ *расслоения*

$$\left(\mathcal{E}^{\alpha,\beta}\right)_{\alpha\subseteq\lambda,\beta\subseteq\mu}$$

образуют левый двойственный набор к исключительному набору

$$\left(\mathcal{U}^{\alpha}\otimes(V/\mathcal{U})^{-\beta}\right)_{\alpha\subseteq\lambda,\beta\subseteq\mu}.$$

Те же вычисления совместно с построением $\mathcal{E}^{\lambda,\mu}$ в качестве прямых образов с частичных флагов $\mathsf{Fl}(k,n-w;V)$ позволяют не только проверить исключительность расслоений, но и то, что они образуют исключительный набор.

Следствие 2.0.12. *В производной категории* $D^b(X)$ *имеется исключительный набор вида*

$$\left(\mathcal{E}^{\lambda,\mu}\right)_{(\lambda,\mu)\in\mathrm{B}_{w,h}}$$

с любым полным порядком, согласованным с частичным порядком

$$(\alpha,\beta)\preceq(\lambda,\mu) \quad\Leftrightarrow\quad \beta\supseteq\mu \text{ и } \alpha\supseteq\lambda.$$

Результаты второй главы содержатся в работе [11].

В третьей главе появляется основной технический инструмент данной работы, а именно, определяются *ступенчатые комплексы.* Мотивировкой служит следующий вопрос: как вызаризить через данный исключительный набор

$$(E_1, E_2, \ldots, E_t)$$

его подкрутку

$$(E_1\otimes\mathcal{O}(1), E_2\otimes\mathcal{O}(1),\ldots,E_t\otimes\mathcal{O}(1)),$$

где $\mathcal{O}(1)$ — очень обильный генератор $\mathsf{Pic}(X)$, $X=\mathsf{Gr}(k,V)$.

В разделе 3.1 мы замечаем, что в случае проективного пространства $\mathbb{P}(V)$ ответ хорошо известен. Единственное нетривиальное выражение для подкрученного бейлинсоновского набора дается точной последовательностью

$$0 \to \Lambda^n V^* \otimes \mathcal{O}(-n+1) \to \Lambda^{n-1} V^* \otimes \mathcal{O}(-n+2) \to \ldots \to V^* \otimes \mathcal{O} \to \mathcal{O}(1) \to 0.$$

В разделе 3.2 дается выражение для подкрученного капрановского набора. Основным результатом является следующая теорема ($\lambda^{(i)}$ обозначают ленточные обрезания, определенные в разделе 1.2.2).

Теорема 3.2.1. *Пусть $\lambda \in \mathrm{Y}_{n-k,k}$ — диаграмма Юнга максимальной ширины, то есть $\lambda_1 = n - k$. Тогда на X имеется точная последовательность векторных расслоений вида*

$$\begin{aligned} 0 \to \mathcal{U}^\lambda \to \mathcal{U}^{\lambda^{(1)}} \otimes \Lambda^{b_\lambda^{(1)}} V \to \mathcal{U}^{\lambda^{(2)}} \otimes \Lambda^{b_\lambda^{(2)}} V \to \ldots \\ \ldots \to \mathcal{U}^{\lambda^{(n-k)}} \otimes \Lambda^{b_\lambda^{(n-k)}} V \to \mathcal{U}^{\lambda\{1\}}(1) \to 0. \end{aligned}$$

Приводятся два доказательства Теоремы 3.2.1: первое показывает природу точных последовательностей как выражений подкрученного капрановского набора через исходный, второе же дает построение геометрическим методом и не зависит от полноты капрановского набора, что полезно для возможных обобщений.

Наконец, в разделе 3.3 строятся ступенчатые комплексы для определенных во второй главе расслоений $\mathcal{E}^{\lambda,\mu}$. Конструкция получается поднятием ступенчатых комплексов из раздела 3.2 с меньшего грассманиана на частичные флаги, тензорным умножением на подходящее расслоение и спуском на исходный грассманиан. Основными результатам являются следующие две теоремы.

Теорема 3.3.1. *Для всякой пары $(\lambda, \mu) \in \mathrm{B}_{w,h}$, такой что $\lambda_1 = w$, на X имеется точная последовательность вида*

$$\begin{aligned} 0 \to \mathcal{E}^{\lambda,\mu} \to \mathcal{E}^{\lambda^{(1)},\mu} \otimes \Lambda^{b_\lambda^{(1)}} V \to \mathcal{E}^{\lambda^{(2)},\mu} \otimes \Lambda^{b_\lambda^{(2)}} V \to \ldots \\ \ldots \to \mathcal{E}^{\lambda^{(w)},\mu} \otimes \Lambda^{b_\lambda^{(w)}} V \to \mathcal{E}^{\lambda\{1\},\mu(1)}(1) \to 0. \end{aligned}$$

Теорема 3.3.2. *Для всякой пары* $(\lambda, \mu) \in \mathrm{B}_{w,h}$*, такой что* $\mu_1 = k - h$*, на* X *имеется точная последовательность вида*

$$0 \to \mathcal{E}^{\lambda,\mu} \to \mathcal{E}^{\lambda,\mu^{(1)}} \otimes \Lambda^{b_\mu^{(1)}} V^* \to \mathcal{E}^{\lambda,\mu^{(2)}} \otimes \Lambda^{b_\mu^{(2)}} V^* \to \dots$$
$$\dots \to \mathcal{E}^{\lambda,\mu^{(k-h)},\mu} \otimes \Lambda^{b_\mu^{(k-h)}} V \to \mathcal{E}^{\lambda(1),\mu\{1\}}(1) \to 0.$$

Результаты третьей главы содержатся в работах [10, 11].

Четвертая глава посвящена доказательству гипотезы Кузнецова–Полищука. Пусть $X = \mathsf{Gr}(k, V)$, а Γ — непрерывный строго возрастающий путь на плоскости $\mathbb{R}^2$, ведущий из точки $(0,0)$ в точку $(n-k, k)$. Занумеруем в порядке возрастания первой координаты точки $p_0, p_1, \dots, p_{l(\Gamma)}$ на Γ, одна из координат которых целочисленная. С каждой из точек $p_i = (x_i, y_i)$ свяжем подкатегорию

$$\mathcal{B}_{p_i} = \left\langle \mathcal{U}^{-\lambda} \otimes (V/\mathcal{U})^{\mu} \right\rangle_{(\lambda,\mu)\in \mathrm{B}_{p_i}} \subset D^b(X),$$

где для $p = (x, y)$ блок $\mathrm{B}_p = \mathrm{Y}_{n-k-\lceil x \rceil, \lfloor y \rfloor} \times \mathrm{Y}_{k-\lceil y \rceil, \lfloor x \rfloor}$.

Гипотеза 4.1.2 ([21], Гипотеза 9.8)**.** *Имеется полуотогональное разложение*

$$D^b(X) = \left\langle \mathcal{B}_{p_0}, \mathcal{B}_{p_1}(1), \dots, \mathcal{B}_{p_{l(\Gamma)}}(l(\Gamma)) \right\rangle,$$

каждая из компонент которого $\mathcal{B}_{p_i}(i)$ *порождается полным исключительным набором.*

В разделе 4.1 формулируется гипотеза, обсуждается комбинаторная природа гипотетических разложений, а также проверяется, что компоненты разложения порождаются полным исключительным набором из расслоений, двойственных к расслоениям вида $\mathcal{E}^{\lambda,\mu}$.

Раздел 4.2 сожержит доказательство гипотезы. Для каждой точки p в прямоугольнике с нецелыми координатами и пути Γ, проходящего через p, занумеруем в порядке возрастания первой координаты точки $p_0, p_1, \dots, p_{l(\Gamma)}$ на Γ, лежащие правее p и одна из координат которых целочисленная. Убывающей индукцией по сумме координат p доказывается следующее утверждение.

Теорема 4.2.1. *В производной категории $D^b(X)$ имеется полуортогональное разложение*

$$\left\langle \mathcal{B}_{p_0}, \mathcal{B}_{p_1}(1), \ldots, \mathcal{B}_{p_{l(\Gamma)}}(l(\Gamma)) \right\rangle = \mathcal{B}^{\Gamma}_{\geq p} \subset D^b(X),$$

причем соответствующая подкатегория, порожденная блоками, не зависит от выбора пути Γ. *Далее мы будем обозначать ее* $\mathcal{B}_{\geq p}$.

Для доказательства сначала строятся разложения для путей специального вида, после чего изучается поведение первых блоков разложения при деформациях пути. Здесь первый раз применяются ступенчатые комплексы. Наконец, из Теоремы 4.2.1 выводится доказательство гипотезы Кузнецова–Полищука. В качестве приложения на грассманианах серединной размерности строится полный исключительный набор, элементы которого переставляются под действием внешнего автоморфизма.

Результаты четвертой главы содержатся в работе [11].

В **пятой главе** строятся лефшецевы разложения производной категории грассманиана $X = \mathsf{Gr}(k, V)$. Раздел 5.1 носит предварительный характер: приводятся необходимые определения и сведения, касающиеся лефшецевых разложений. В разделе 5.2 подробно изучается циклическое действие на диаграммах Юнга, вписанных в прямоугольник. Определяются множества верхнетреугольных диаграмм $\mathrm{UY}_{w,h}$, минимальных верхнетреугольных диаграмм $\mathrm{mUY}_{w,h}$, а также их различные характеристики.

В разделе 5.3 определяются два лефшецевых разложения $D^b(X)$. Пусть $n = \dim V$,

$$\mathcal{B}_i = \left\langle \mathcal{U}^{-\lambda} \mid \lambda \in \mathrm{UY}_{n-k,k},\ i < r(\lambda) \right\rangle, \text{ при } i = 0, \ldots, n-1.$$

Первым основным результатом главы является следующая теорема (определение чисел $r(\lambda)$ и $o(\lambda)$ дано в разделе 5.2).

Теорема 5.3.1. *Подкатегории $\mathcal{B}_i$ образуют лефшецево разложение $\mathcal{D}^b(X)$. Исключительный набор $\left(\mathcal{U}^{-\lambda} \mid \lambda \in \mathrm{UY}_{n-k,k}\right)$ является лефшецевым базисом данного разложения с носителем $r(\lambda)$.*

Оказывается, что в случае взаимно простых k и n разложение $\mathcal{B}_\bullet$ минимально (см. Предложение 5.3.8). В случае $(k,n) \neq 1$ можно построить несколько меньшее разложение. Положим

$$\mathcal{A}_i = \left\langle \mathcal{U}^{-\lambda} \mid \lambda \in \mathrm{mUY}_{n-k,k},\ i < o(\lambda) \right\rangle, \text{ при } i = 0, \ldots, n-1.$$

При $k = 2$ или $(k,n) = 1$ подкатегории $\mathcal{B}_i$ и $\mathcal{A}_i$ совпадают.

Теорема 5.3.3. *Подкатегории $\mathcal{A}_i(i)$ полуортогональны. Иначе говоря, имеется лефшецево разложение*

$$\langle \mathcal{A}_0, \mathcal{A}_1(1), \ldots, \mathcal{A}_{n-1}(n-1) \rangle = \mathcal{A} \subset \mathcal{D}^b(X)$$

некоторой полной триангулированной подкатегории $\mathcal{A} \subset \mathcal{D}^b(X)$ с лефшецевым базисом, заданным исключительным набором $\left(\mathcal{U}^{-\lambda} \mid \lambda \in \mathrm{mUY}_{n-k,k}\right)$ и носителем $o(\lambda)$.

Гипотеза 5.3.6. *Подкатегории $\mathcal{A}_i$ образуют минимальное лефшецево разложение $\mathcal{D}^b(X)$.*

Раздел 5.4 посвящен доказательствам утверждений, сформулированных в разделе 5.3. Результаты пятой главы содержатся в работе [10].

Список публикаций

1. Фонарёв А. В. Минимальные лефшецевы разложения производных категорий грассманианов // Изв. РАН. Сер. матем. 2013. Т. 77. С. 1044–1065.

2. Фонарёв А. В. Исключительные векторные расслоения на грассманианах // УМН. 2014. Т. 69. С. 189–190.

Цитированная литература

3. Бейлинсон А. А. Когерентные пучки на P^n и проблемы линейной алгебры // Функц. анализ и его прил. 1978. Т. 12. С. 68–69.

4. Бондал А. И., Капранов М. М. Представимые функторы, функторы Серра и перестройки // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1990. Т. 53. С. 519–541.

5. Капранов М. М. О производной категории когерентных пучков на многообразиях Грассмана // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1984. Т. 48. С. 192–202.

6. Кузнецов А. Г. Исключительный набор векторных расслоений на трехмерных многообразиях Фано V_{22} // Вестн. МГУ. Сер. I. Матем., мех. 1996. Т. 51. С. 41–44.

7. Орлов Д. О. Исключительный набор векторных расслоений на многообразии V_5 // Вестн. МГУ. Сер. I. Матем., мех. 1991. Т. 46. С. 69–71.

8. Орлов Д. О. Проективные расслоения, моноидальные преобразования и производные категории когерентных пучков // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1992. Т. 56. С. 852–862.

9. Самохин А. В. Производная категория когерентных пучков на $LG_3^{\mathbf{C}}$ // УМН. 2001. Т. 56. С. 177–178.

10. Фонарёв А. В. Минимальные лефшецевы разложения производных категорий грассманианов // Изв. РАН. Сер. матем. 2013. Т. 77. С. 1044–1065.

11. Фонарёв А. В. Исключительные векторные расслоения на грассманианах // УМН. 2014. Т. 69. С. 189–190.

12. Bondal A., Orlov D. Reconstruction of a variety from the derived category and groups of autoequivalences // Compositio Math. 2001. Vol. 125. P. 327—-344.

13. Bondal A., Orlov D. // Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Vol. II (Beijing, 2002). Beijing: Higher Ed. Press, 2002. P. 47–56.

14. Helices and Vector Bundles // Ed. by A. N. Rudakov. London Mathematical Society Lecture Note Series. Cambridge: Cambridge University Press, 1990. ISBN: 0521388112.

15. Kashiwara M., Shapira P. Sheaves on manifolds. Berlin: Springer-Verlag, 1990. ISBN: 3540518614.

16. Kawamata Y. Derived categories of toric varieties // Michigan Math. J. 2006. Vol. 54. P. 517–535.

17. Kontsevich M. Homological algebra of mirror symmetry. URL: `http://arxiv.org/pdf/alg-geom/9411018v1.pdf` (дата обращения: 01.09.2014).

18. Kuznetsov A. Homological projective duality // Publications Mathématiques de l'IHÉS. 2007. Vol. 105. P. 157–220.

19. Kuznetsov A. Exceptional collections for Grassmannians of isotropic lines // Proc. Lond. Math. Soc. 2008. Vol. 97. P. 155–182.

20. Kuznetsov A. Lefschetz decompositions and categorical resolutions of singularities // Selecta Mathematica. 2008. Vol. 13. P. 661–696.

21. Kuznetsov A., Polishchuk A. Exceptional collections on isotropic Grassmannians // to appear in JEMS.

22. Manivel L. On the derived category of the Cayley plane // J. Algebra. 2011. Vol. 330. P. 177–187.

23. Polishchuk A., Samokhin A. Full exceptional collections on the Lagrangian Grassmannians $LG(4,8)$ and $LG(5,10)$ // J. Geom. Phys. 2011. Vol. 61. P. 1996–2014.

24. Verdier J.-L. Des catégories dérivées des catégories abéliennes // Astérisque. 1997. Vol. 239. P. 1–253.

Научное издание

Фонарёв Антон Вячеславович

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук на тему:

Строение производных категорий грассманианов

Подписано в печать 17.10.2014

Тираж 100 экз.

Отпечатано в Математическом институте им. В. А. Стеклова РАН

Москва, 119991, ул. Губкина, 8