Программа вступительных экзаменов в аспирантуру по направлению 01.06.01 математика и механика

специальность *01.01.03 – математическая физика*

1. Предел числовой последовательности и функции; критерий Коши существования предела. Непрерывные функции: локальные свойства непрерывных функций; свойства функций, заданных на отрезке.
2. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Рол-ля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях; формула Тейлора. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций правила Лопиталя.
3. Неопределенный и определенный интеграл, формула Ньютона – Лейбница. Основные приемы интегрирования.
4. Функции многих переменных: пределы, непрерывность; дифференциал и частные производные функции многих переменных; производная по направлению; дифференцирование сложных функций; условный экстремум; теорема о неявном отображении.
5. Числовые ряды: критерий Коши; признаки сходимости; абсолютная и условная сходимость; теорема Римана. Функциональные последовательности и ряды: теоремы о предельном переходе; о непрерывности, почленном интегрировании и дифференцировании.
6. Степенные ряды, формула Коши – Адамара; непрерывность суммы степенного ряда; почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
7. Несобственные интегралы, интегралы, зависящие от параметра; непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; ряд Фурье и интеграл Фурье, преобразование Фурье.
8. Двойной интеграл и интегралы высшей кратности, замена переменных в кратном интеграле; несобственные кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы. Формулы Грина, Остроградского, Стокса.
9. Системы линейных уравнений, ранг матрицы; определители, их свойства. Векторные пространства; базис и размерность; подпространства; сумма и пересечение подпространств; прямые суммы.
10. Билинейные и квадратичные формы; приведение квадратичной формы к нормальному виду; закон инерции; положительно определенные квадратичные формы; критерий Сильвестра.
11. Линейные операторы; собственные векторы и собственные значения; понятие о жордановой нормальной форме. Евклидовы векторные пространства, ортонормированные базисы; процесс ортогонализации; ортогональные матрицы; линейный оператор, сопряженный к данному, приведение квадратичной формы к главным осям; ортогональные и унитарные линейные операторы; канонический базис для них.
12. Аффинные и евклидовы аффинные пространства. Движения евклидова пространства; классификация движений трехмерного пространства; группа невырожденных аффинных преобразований и группа движений.
13. Векторы: скалярное, векторное и смешанное произведение. Прямая линия и плоскость. Линии второго порядка: эллипс, гипербола и парабола. Поверхности второго порядка: эллипсоид; гиперболоид; параболоид; цилиндр; конические сечения.

14. Понятие дифференциального уравнения; поле направлений, решения; интегральные кривые, векторное поле; фазовые кривые. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейное уравнение.
15. Задача Коши: теорема существования и единственности решения задачи Коши (для системы уравнений, для уравнения любого порядка). Фундаментальные системы и общее решение линейной однородной системы (уравнения); неоднородные линейные системы (уравнения).
16. Метод вариации постоянных; решение однородных линейных систем и уравнений с постоянными коэффициентами. Решение неоднородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида.

2. Учебно-методическое и информационное обеспечение программы вступительного экзамена в аспирантуру по специальности 01.01.03 – Математическая физика

1. Владимиров В. С. Уравнения математической физики. 5-е изд., доп. - М.: Наука, 1988. - 512 с.

2. Владимиров В. С. Обобщенные функции в математической физике. - 2-е изд., исправл. и доп. - М.: Наука, 1979. - 318 с.

3. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики: учеб. для студентов вузов. Изд. 2-е, стереотипное и исправленное. — М.: Физматлит, 2004.—398 с.

4. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 2001. –331 с.

5. Михайлов В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных: Учеб. пособие для мех.-мат. и физ. спец. вузов. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Наука, 1983. - 424 с.

6. Н. Г. Марчук, Д. С. Широков, *Введение в теорию алгебр Клиффорда*, Фазис, Москва, 2012 , 590 с.

7. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. — М.: Физматлит, 2009.—400 с.

8. Бибиков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Изд-во «Лань». Серия: Учебники для вузов. Специальная литература, 2011. – 304 с.

Программа вступительного экзамена в аспирантуру составлена в соответствии с государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования по специальности 01.01.03 – математическая физика.